

全國公立高級中學 105 學年度指定科目
第七次聯合模擬考(數學乙)



RB659

第壹部分：選擇題(共占 76 分)

一、單選題(占 18 分)

1. 一場職業圍棋大賽，由預賽前 5 名參加決賽。決賽第一場由預賽第 4 與第 5 名比，輸的人得第 5 名，勝者晉級與預賽第 3 名比，輸的人得第 4 名。勝者晉級與預賽第 2 名比，如此下去。則在預賽前 5 名確定之後，依此決賽規則最多可能有幾種不同的排名方式？
(1) 5 (2) 10 (3) 15 (4) 16 (5) 32
2. 已知某工廠生產的產品是不良品的機率高達 $\frac{1}{3}$ ，今隨機抽樣 6 次(每次 1 個)。則下列敘述何者正確？
(1) 抽到良品次數的期望值為 2 次 (2) 抽到良品次數的變異數為 4
(3) 抽到不良品次數的標準差為 2 次 (4) 恰在第 6 件為第 4 個不良品的機率為 $\frac{80}{243}$
(5) 已知第 6 件為不良品的情形下，共有 4 個不良品的機率為 $\frac{40}{243}$
3. 已知 P 為 $\triangle ABC$ 內部之一點。若 $\vec{PA} + 4\vec{PB} + 5\vec{PC} = \vec{AB}$ ，且 $\triangle ABC$ 之面積為 12，則 $\triangle PAB$ 之面積為何？
(1) 12 (2) 6 (3) 4 (4) 3 (5) 2

二、多選題(占 40 分)

4. S 公司因業績表現良好，為了獎勵員工，決定在年中分紅外，再加碼舉辦摸彩活動。從 50 位員工中抽出 5 位，每人可得到獎金 50 萬元。總經理在袋中放了紅球 5 顆及白球 45 顆，讓員工依照年紀的大小，依序自袋中取出一球，且球取出後不放回，取到紅球的人即可得到獎金 50 萬元。請選出正確選項。
(1) 第一位抽獎員工，中獎的機率為 $\frac{1}{10}$ (2) 第一位抽獎員工，中獎的機率為 $\frac{4}{49}$
(3) 小王年紀最小，若和一位年紀較長的員工交換抽獎順序，則中獎機率提高
(4) 在第二、第三位抽獎員工都中獎的前提下，第一位抽獎員工中獎的機率為 $\frac{1}{16}$
(5) 每位員工得到獎金的期望值為 50000 元
5. 下列式子哪些是正確的？
(1) $1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \dots + \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^{n-1} + \dots = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$
(2) $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^{n-1} + \dots = \frac{1}{2}$
(3) $1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + \dots + (-2)^{n-1} + \dots = \frac{1}{3}$ (4) $1.\bar{9} < 2$
(5) 無窮級數 $1 + 2 + 4 + \dots + 2^{100} + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^n + \dots$ 是收斂的

6. 現在全世界都高度重視非洲國家的開發與經濟發展，並競相投入資金協助與共同開發，某強國投資非洲 16 個國家的資金 X (單位：百億美金)及投資獲利 Y (單位：千億美金)，並得出 Y 對 X 的迴歸直線為 $y = 0.8x + 1.2$ ，相關係數 $r = 0.65$ ，請選出正確的選項。
- (1) 已知該強國投資非洲 16 個國家的資金平均值為 100 億美金，則其投資獲利的平均值為 2000 億美金
 - (2) 該強國投資非洲 16 個國家的資金標準差(σ_x)，必大於投資獲利的標準差(σ_y)
 - (3) 已知該強國投資奈國的資金高於賴國，則可知從奈國的投資獲利高於賴國的投資獲利
 - (4) 若該強國投資資金為 600 億美金，由迴歸直線則可合理推估獲利約為 6000 億美金
 - (5) 承(4)，A 國想要分一杯羹，也投資 100 億美金，則可獲利約 2000 億美金
7. 設 $f(x)$ 為三次實係數多項式，且滿足 $f(1) = -2$ 、 $f(2) = 3$ 、 $f(3) = 4$ 、 $f(4) = -5$ ，請選出正確的選項。
- (1) 方程式 $f(x) = 0$ 在 1、2 之間恰有一實數根
 - (2) 方程式 $f(x) = 0$ 在 2、3 之間沒有實數根
 - (3) 方程式 $f(x) = 0$ 在 3、4 之間恰有一實數根
 - (4) 方程式 $f(x) = 0$ 沒有虛數根
 - (5) 方程式 $f(x) = 0$ 的三根之積必大於 0
8. 在調查全國高中生對「可以穿便服到校」議題的支持度中，回收有效問卷 1600 份，在 95% 的信心水準下，支持度的信賴區間為 $[0.78, 0.82]$ 。請選出正確的選項。
- (1) 回收問卷中，贊成的有 1280 張
 - (2) 若全國高中生真正支持此議題的比例為 p ，則約有 95% 的機率落在信賴區間 $[0.78, 0.82]$ 中
 - (3) 如果再做一次抽樣，回收有效問卷 1600 份，所得到支持度的 95% 信賴區間還是 $[0.78, 0.82]$
 - (4) 在 95% 的信心水準下，而欲使信賴區間長度減半，則抽樣的樣本數應為原來的 4 倍
 - (5) 如果重複作相同的抽樣(每次皆回收有效問卷 1600 份)多次，每次都會算出一個信賴區間，大約有 95% 的區間會涵蓋全國高中生真正支持此議題的比例 p

三、選填題(占 18 分)

- A. 電腦的運算是將資訊轉換成二進位進行處理，所謂二進位就是「逢二進一」，例如： $(11001)_2$ 表示二進位的數，將它轉換成十進位的數為

$1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 25$ ，那麼若將二進位 $(\overbrace{100 \cdots 01}^{20 \text{個} 0})_2$ 轉換為十進位，則此數為 a 位數，首位數字為 b ，求數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$)

- B. 二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 6 & x \end{bmatrix}$ 。若 $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ ，請利用此關係式算出 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- C. 甲、乙兩人同解 $a + \log_2 x + b \log_x 2 = 0$ ，甲誤寫 a 得兩根為 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{8}$ ，乙誤寫 b 得兩根為 $\frac{1}{2}$ 、 64 ，求方程式之正確的兩根和為_____。

第貳部分：非選擇題(占 24 分)

一、有一等差數列： $\frac{1}{n}, \frac{4}{n}, \dots, \frac{3n-2}{n}$ 。

- (1) 若 a_n 表該數列的算術平均數，試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = ?$ (4 分)
- (2) 若 b_n 表該數列的變異數，試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = ?$ (6 分)

二、老王直營家中龍膽石斑與大草蝦兩種魚貨，均以同型的箱子裝運。其中龍膽石斑每箱重 16 公斤，大草蝦每箱重 6 公斤。老王每次收到訂單後會跟貨運公司租小貨車，每趟小貨車租車費用 1000 元，最多能運送 50 箱，最大載重為 480 公斤。若龍膽石斑每箱的利潤為 800 元，大草蝦每箱的利潤為 600 元。假設老王在調配運送時，每趟貨車裡的龍膽石斑為 x 箱，大草蝦為 y 箱。

- (1) 試列出 x 、 y 必須滿足的聯立不等式？(4 分)並圖示出可行解區域之頂點坐標。(2 分)
- (2) 當 x 、 y 的值各為多少時，可使每趟貨車出貨所能獲得的利潤為最大？此時利潤為多少元？(8 分)

RB659 全國公私立高級中學 105 學年度指定科目第七次聯合模擬考
(數學乙) 參考答案

第壹部分：選擇題

1. (4) 2. (5) 3. (2) 4. (1)(4)(5) 5. (1)(5) 6. (1)(4) 7. (1)(2)(3)(4) 8. (1)(5)

選填題

- A. $(a,b) = (7,2)$ B. -3 C. 12

第貳部分：非選擇題

一、(1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{3}{4}$

二、(1) $\begin{cases} x \geq 0, x \in Z \\ y \geq 0, y \in Z \\ x + y \leq 50 \\ 16x + 6y \leq 480 \end{cases}$ (2) $x = 18, y = 32$; 最大利潤 32600 元