

# 南區高中 105 學年度第二學期指定科目 模擬考 數學乙



RB658

## 第壹部分：選擇題(共占 74 分)

### 一、單選題(占 18 分)

1. 平面坐標上一直線  $L: 2x + y - 5 = 0$ ，下列哪一個向量在直線  $L$  上的正射影長度最長？  
(1)  $(3, 0)$  (2)  $(-3, 5)$  (3)  $(2, 1)$  (4)  $(2, -4)$  (5)  $(-3, -5)$
2. 若  $x$ 、 $y$  為正數，且滿足  $\log_2(\sqrt{x+5y}) - \log_2(\sqrt{2x+y}) = 1$ ，則  $2x^2 - 4y$  的最小值為？  
(1)  $-98$  (2)  $-49$  (3)  $7$  (4)  $49$  (5)  $98$
3. 劉姥姥到日本參觀 2018 世界博覽會，其中某條由左往右的參觀路線上共有 5 個不同國家(越南、緬甸、泰國、馬來西亞及新加坡)的攤位排成一列。已知劉姥姥沿著此參觀路線，且方向不變，途中會先經過泰國的攤位後才經過新加坡的攤位；也會先經過緬甸的攤位後才經過越南的攤位。已知新加坡與馬來西亞的攤位並不相鄰，則在此參觀路線上的 5 個國家攤位安排方式有多少種？(1) 12 (2) 18 (3) 24 (4) 30 (5) 40

### 二、多選題(占 32 分)

4. 某成衣店換季大拍賣，已知所有衣服價格的算術平均數為  $M$ ，中位數為  $Me$ ，全距為  $R$ ，標準差為  $S$ 。而店內衣服一律八折後再減 50 元售出後，所有衣服新價格的算術平均數為  $M'$ ，中位數為  $Me'$ ，全距為  $R'$ ，標準差為  $S'$ ，則下列敘述哪些正確？  
(1)  $M' = \frac{8}{10}M - 50$  (2)  $S' = \frac{8}{10}S - 50$  (3)  $R' = \frac{8}{10}R - 50$   
(4)  $Me' = \frac{8}{10}Me$  (5)  $R' - S' = \frac{8}{10}(R - S)$
5. 若  $f(x)$  為三次實係數多項式，分別以  $(x-a)(x-b)$ ， $(x-b)(x-c)$ ， $(x-c)(x-a)$  除  $f(x)$  所得的餘式為  $-6x+5$ ， $-1$ ， $12x+23$ ，且  $f(3)=59$ 。則下列敘述哪些正確？  
(1)  $a = -1$  (2)  $f(x)$  除以  $(x-1)(x+2)$  的餘式為  $-1$   
(3)  $f(x)$  除以  $(x-1)(x+2)(x+1)$  的餘式為  $-6x^2 - 6x + 11$   
(4)  $f(x)=0$  恰有兩正實根與一負實根 (5)  $f(x)$  是奇函數
6. 下列哪些敘述是正確的？  
(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^{n(n+1)} = -1$  (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 + 5n}{n} - \frac{6n^2 - 4}{2n - 1} \right) = \frac{7}{2}$  (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4^{n+2} + 100 \times 7^n}{4^{2n}} \right) = 0$   
(4)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\log_5)^n = \log_2 5$  (5)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 + 2n} = \frac{3}{2}$
7. 正方形  $ABCD$  的面積為 36 平方單位，且  $\overline{AB}$  平行於  $x$  軸。頂點  $A(p, p_1)$ 、 $B(q, q_1)$ 、 $C(r, r_1)$  分別落在  $y = \log_a x$ ， $y = 2 \log_a x$ ， $y = 3 \log_a x$  的圖形上且  $a > 1$ 。則下列哪些敘述是正確的？  
(1)  $|p - q| = 6$  (2)  $p = p_1^a$  (3)  $p = q^2$  (4)  $q = 3$  (5)  $a^6 = q$

### 三、選填題(占 24 分)

- A. 坐標平面上， $\triangle ABC$  三頂點坐標為  $A(2,7)$ 、 $B(-7,0)$ 、 $C(5,6)$ ，若  $\overline{AM}$  為  $\triangle ABC$  的中線， $\overline{AH}$  為  $\triangle ABC$  的高，則  $\overline{MH} =$ \_\_\_\_\_。
- B. 已知  $X$  和  $Y$  是兩個相互獨立的隨機變數， $X \in \{1,2\}$ ， $Y \in \{1,3\}$ 。若  $P(X=1)=0.7$ ， $P(Y=1)=0.4$ ，且變數  $Z=2X-Y$ ，則期望值  $E(Z)=$ \_\_\_\_\_。
- C. 甲、乙、丙三人一起玩一款桌遊，共計 6 回合，每一回合都恰有一位優勝者，且各回合的勝負是互相獨立的。已知每回合甲獲勝的機率為  $\frac{1}{2}$ ，乙獲勝的機率為丙獲勝機率的 2 倍。則 6 回合後，甲勝 3 回合，乙勝 2 回合，丙勝 1 回合的機率為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)
- D. 已知矩陣  $A = \begin{bmatrix} a & 2b \\ 4c & 3d \end{bmatrix}$  為一轉移矩陣，且滿足：①  $a^2 + c^2 = \frac{1}{17}$ ，②  $bd = \frac{1}{24}$ 。  
則行列式值  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} =$ \_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

### 第貳部分：非選擇題(占 26 分)

- 一、已知  $a, b$  為實數且  $-1 \leq a \leq 2$ ， $0 \leq b \leq 4$ ，點  $P(x, y)$  為坐標平面上一點，且滿足  $x = 2a + b$ ， $y = -a - b$ 。
- (1) 試求  $a, b$ 。(以  $x, y$  表示之)(4 分)
  - (2) 所有滿足條件的點  $P(x, y)$  所形成的面積為何？(6 分)
  - (3) 若  $P$  在點  $(-2, 1)$  時，能使目標函數  $kx - y$  有唯一的最大值，試求  $k$  的範圍。(4 分)

- 二、暖暖想了解在夏天家裡使用冷氣的電費  $y$ (元)與室外最高溫度  $x$ ( $^{\circ}\text{C}$ )的關係，每觀察一天就得到一筆二維數據  $(x, y)$ ，他總共紀錄了 6 天，得到表(1)的資料。

表(1)

$x(^{\circ}\text{C})$	30	31	33	34	36	34
$y$ (元)	115	124	136	124	142	139

- (1) 若數據  $x$  的算術平均數為  $\mu_x$ ，數據  $y$  的算術平均數為  $\mu_y$ ，試求數對  $(\mu_x, \mu_y)$ 。(4 分)
- (2) 試求  $y$  對  $x$  的迴歸直線方程式。(6 分)
- (3) 若某一天室外最高溫度  $35^{\circ}\text{C}$ ，利用此迴歸直線預測暖暖家裡使用冷氣的電費為多少元？(2 分)

RB658 南區高中 105 學年度第二學期指定科目模擬考數學乙 參考答案

第壹部分：選擇題

1. (2)    2. (1)    3. (2)    4. (1)(5)    5. (1)(2)(3)(4)    6. (2)(3)(4)    7. (1)(3)(4)(5)

選填題

- A.  $2\sqrt{5}$     B. 0.4    C.  $\frac{5}{36}$     D.  $-\frac{5}{102}$

第貳部分：非選擇題

- 一、(1)  $(a, b) = (x + y, -x - 2y)$     (2) 12    (3)  $k < -1$   
二、(1)  $(\mu_x, \mu_y) = (33, 130)$     (2)  $y = 4x - 2$     (3) 138