

臺北區高中 105 學年度第二學期指定科目第二次 聯合模擬考 數學乙



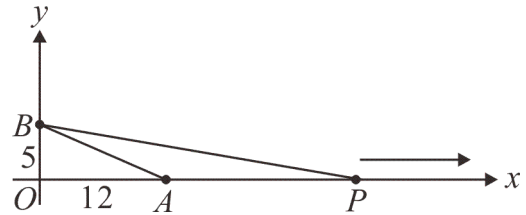
RB657

第壹部分：選擇題

一、單選題

- 大慶百貨公司舉辦情人節促銷活動，規劃連續三個週末在大廣場播放 6 部不同的電影，下午一場，晚上一場，每一場播放一部，其中 2 部為愛情片、2 部為劇情片、2 部的動畫片。若 2 部愛情片於同一週播放，2 部劇情片於不同週播放，則會有幾種播放的方法？
(1) 48 種 (2) 66 種 (3) 72 種 (4) 96 種 (5) 144 種。
- 若對任意實數 x ，不等式 $|x+1|+|x-2| \geq a^2 - 2a$ 恆成立，則實數 a 的範圍為下列哪一個選項？
(1) $a \geq 2$ 或 $a \leq 0$ (2) $a \geq 3$ 或 $a \leq -1$ (3) $0 \leq a \leq 2$ (4) $-1 \leq a \leq 3$ (5) $0 \leq a \leq 3$ 。

- 在坐標平面上，有兩個定點 $A(12, 0)$ 、 $B(0, 5)$ ，另一動點 $P(n, 0)$ 在 x 軸上往正向移動，其中 n 為大於 12 的正整數，如圖所示，



則 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\overline{PB} - \overline{PA})$ 的值為下列哪一個選項？

- (1) 0 (2) 5 (3) 12 (4) 13 (5) 不存在。

二、多選題

- 熱舞社為準備成果發表，社員相約每週六下午到校練習。每次練習時，社長出席的機率是 0.5，副社長出席的機率是 0.6，社長、副社長至少有一人出席的機率是 0.9，請選出正確的選項：
(1) 社長、副社長均出席的機率是 0.3 (2) 社長、副社長均未出席的機率是 0.1
(3) 若已知社長出席，則副社長也出席的機率是 0.4
(4) 若已知社長未出席，則副社長出席的機率是 0.6
(5) 社長出席與否與副社長出席與否是獨立事件。

- 已知二次函數 $f(x) = 4 \cdot \frac{(x-3)(x-8)}{(2-3)(2-8)} - 6 \cdot \frac{(x-2)(x-8)}{(3-2)(3-8)} + 4 \cdot \frac{(x-2)(x-3)}{(8-2)(8-3)}$ 。

請選出正確的選項：

- (1) 函數 $f(x)$ 有最大值 (2) 函數 $y = f(x)$ 圖形之對稱軸方程式為 $x = 6$
 (3) 通過函數 $y = f(x)$ 圖形上兩點 $(3, f(3))$ 、 $(8, f(8))$ 的直線方程式為

$$y = -6 \cdot \frac{(x-8)}{(3-8)} + 4 \cdot \frac{(x-3)}{(8-3)}$$
 (4) 方程式 $f(x) = 0$ 在 2 與 3 之間有一實根
 (5) 不等式 $f(x)(x-4)^2 \geq 0$ 的實數解與 $f(x) \geq 0$ 的實數解相同。

- 已知 a 、 b 為實數且函數 $f(x) = a \log_{101}(x+b)$ 滿足 $f(0) = 0$ ， $f(100) = 100$ ，請選出正確的選項：
(1) $b = 0$ (2) $a = 100$ (3) 函數 $y = f(x)$ 的圖形與直線 $y = x$ 相交於兩點
(4) 若 $f(p) = 90$ ，則 $p > 90$ (5) 存在實數 q ，使 $f(q) = -70$ 。

- 在坐標平面上， $\overrightarrow{AB} = (2, 6)$ 、 $\overrightarrow{BC} = (-1, 1)$ ，請選出正確的選項：
(1) $\triangle ABC$ 為鈍角三角形 (2) $\triangle ABC$ 的面積為 4

(3) 若 P 為平面上一點且 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$ ，則 P 點在 $\triangle ABC$ 的內部

(4)若 G 為 $\triangle ABC$ 的重心，則 $\overrightarrow{AG} = \left(1, \frac{10}{3}\right)$

(5)若 I 為 $\triangle ABC$ 的內心，則直線 CI 的斜率為 -3 。

8. 老師調查班上 10 位同學每天玩電腦的時間與數學成績的關係，所得到的數據為 (x_i, y_i) ， $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ ，其中變數 X 表示同學每天玩電腦的時間（單位：小時）， Y 表示同學的數學成績（單位：分），經統計並計算得 $\sum_{i=1}^{10} x_i = 30$ ， $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 250$ ，

$\sum_{i=1}^{10} y_i = 450$ ， $\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 20610$ ， $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 1140$ ，請選出正確的選項：

(1) X 的算術平均數為 3 (2) Y 的標準差為 5 (3) X 與 Y 的相關係數為 $-\frac{7}{8}$

(4) Y 對 X 的迴歸直線之斜率為 $-\frac{7}{8}$

(5) 將兩數據標準化，令 $X' = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}$ ， $Y' = \frac{Y - \mu_Y}{\sigma_Y}$ ，其中 μ_X 、 μ_Y 分別為 X 與 Y

的算術平均數， σ_X 、 σ_Y 分別為 X 與 Y 的標準差，則 Y' 對 X' 的迴歸直線之斜率為

$-\frac{7}{8}$ 。

三、選填題

A. 設 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 與 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 均是首項為 1 且收斂的無窮等比級數，若 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = \frac{9}{4}$ ， $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \frac{9}{10}$ ，則 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（化為最簡分數）

B. 一箱裝有編號為 1 到 9 號的卡片各一張，設每張卡片被抽出的機率均相同。從箱中隨機抽出 3 張，令隨機變數 X 代表最大的編號，則隨機變數 X 的期望值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。（化為最簡分數）

C. 坐標平面上，圓 C 的方程式為 $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 25$ 。 P 為平面上一定點，從圓 C 上一點 A 測得 $\overrightarrow{AP} = (2, -10)$ ，再從圓 C 上另一點 B 測得 $\overrightarrow{BP} = (10, -4)$ ，則 P 點的坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

第貳部分：非選擇題

1. 已知二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$:

(1) 試計算 $A^2 - 3A + 2I$ 。

(2) 試求多項式 x^n 除以 $x^2 - 3x + 2$ 的餘式。(n 為正整數)

(3) 試計算 A^n 。(n 為正整數)

2. 一個 36 人的旅行團欲前往某國家公園裡的高山處觀賞日出。由於山區道路狹窄，必須由大型遊覽車轉乘小型車（乘客在 7 人以下），今決定向某汽車出租公司租借小型車以便上山。已知汽車出租公司有 9 名司機及可載客 4 人的轎車 6 輛、可載客 7 人的房車 6 輛。假設租借轎車 x 輛、房車 y 輛。

(1) 除了 x 、 y 為整數的條件，試列出 x 、 y 必須滿足的聯立不等式。

(2) 請問可行解中的格子點共有幾個？（須列舉出坐標或圖示）

（註：坐標平面上，滿足 x 、 y 都是整數的點 (x, y) 稱為格子點）

(3) 若每輛轎車的租金是 2400 元，每輛房車的租金是 3500 元。

試問這兩種小型車應各租借幾輛才可使總租金最節省？其總租金為多少元？

RB657 臺北區高中 105 學年度第二學期指定科目第二次

聯合模擬考數學乙 參考答案

第壹部分：選擇題

1. (4) 2. (4) 3. (3) 4. (2)(3) 5. (3)(4) 6. (2)(3)(5) 7. (1)(2)(5) 8. (1)(3)(5)

選填題

- A. $\frac{81}{20}$ B. $\frac{15}{2}$ C. (4, -3)

第貳部分：非選擇題

一、(1) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (2) $(2^n - 1)x + (2 - 2^n)$ (3) $\begin{bmatrix} 2^{n+1} - 1 & 2 - 2^{n+1} \\ 2^n - 1 & 2 - 2^n \end{bmatrix}$

二、(1) $\begin{cases} 0 \leq x \leq 6 \\ 0 \leq y \leq 6 \\ x + y \leq 9 \\ 4x + 7y \geq 36 \end{cases}$ (2) 16 個

- (3) 租借 4 人轎車 2 輛，7 人房車 4 輛，最節省總租金 18800 元