

# 台北區高中 105 學年度高三下第一次指考模擬考 數學(社會組)試題



RB589

## 第壹部分：選擇題

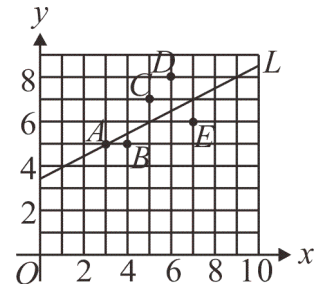
### 一、單選題

1. 若  $a$  為擲一顆公正骰子一次所出現的點數，則方程組  $\begin{cases} ax-3y=5-a \\ x+(a-4)y=3+a \end{cases}$  有解的機率為

下列哪一個選項？

- (1)  $\frac{1}{6}$  (2)  $\frac{1}{3}$  (3)  $\frac{1}{2}$  (4)  $\frac{2}{3}$  (5)  $\frac{5}{6}$ 。

2. 小華在課堂操作電腦軟體繪製散佈圖，一時粗心，多輸入一個資料點，從原來的四個資料點增加成五個資料點  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  (如圖)。若原來的四個資料點以最小平方方法所得  $y$  對  $x$  的迴歸直線 (最適合直線) 為  $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ ，即右圖中直線  $L$ ，則增加的資料點為下列哪一個點？



- (1)  $A$  (2)  $B$  (3)  $C$  (4)  $D$  (5)  $E$ 。

3. 西元某年的七月初正當要舉行約里奧運時，舉辦國爆發會令孕婦生出畸形兒的卡茲疫情。自爆發開始，患者人數以每個月增加 10% 擴張感染。世界衛生組織 驚覺事態嚴重，緊急研發新藥，並於十月出開始投入新藥治療病患。若此時疫情已經停止擴張，且世界衛生組織 期望新藥能讓患者人數以每個月減少  $r\%$ ，達成『治療半年後，患者人數降至七月初大流行時的一半以下』的目標，則滿足上述條件  $r$  值的最小整數為下列哪一個選項？(已知  $\log 1.1 = 0.0414$ ， $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 8.494 = 0.9291$ )

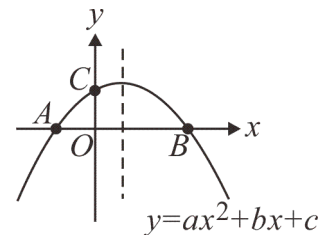
- (1) 9 (2) 11 (3) 12 (4) 16 (5) 18。

### 二、多選題

4. 如右圖，若函數  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a$ 、 $b$ 、 $c$  為實數且  $a \neq 0$ ) 的圖形與  $x$  軸交於  $A$ 、 $B$  兩點，與  $y$  軸交於  $C$  點，且  $\overline{OA} = \overline{OC}$ ，則下列哪些選項正確？

- (1)  $abc < 0$  (2)  $a + b + c > 0$  (3)  $ac - b + 1 = 0$

- (4)  $\frac{b^2 - 4ac}{4a} > 0$  (5)  $\overline{OA} \times \overline{OB} = -\frac{c}{a}$ 。



5. 已知  $f(x)$ 、 $g(x)$ 、 $h(x)$  為實係數多項式。若

$$f(x) = \frac{6(x-2)(x-4)}{(3-2)(3-4)} + \frac{106(x-2)(x-3)}{(4-2)(4-3)},$$

$g(x) = 47(x-4)(x-3) + 100(x-4) + 106$ ，且  $h(2) = 0$ ， $h(3) = 6$ ， $h(4) = 106$ ，則下列哪些選項正確？

- (1)  $f(2) = g(2) = 0$  (2)  $f(x) = g(x)$  (3)  $h(1) = g(1)$  (4)  $h(5) > 0$

- (5)  $h(x) - f(x)$  可被  $(x-2)(x-3)(x-4)$  整除。

6. 已知  $a$  為正實數且  $a$  值不為 1，則下列哪些選項正確？
- (1) 若  $x > a$ ，則  $\log_a x > 1$  (2) 若  $x > a$ ，則  $a^x > a^a$   
 (3) 若  $\log_a x > 1$ ，則  $x > a > 1$  或  $0 < x < a < 1$  (4) 若  $a^x > a^a$ ，則  $x > a > 1$  或  $x < a < 1$   
 (5) 若  $\log_a x = \log_x a$ ，則  $x = a$ 。

7. 在平面坐標上，已知  $\vec{u} = (-2, 1)$ ， $\vec{v} = (1, 2) + k(5, 3)$ ，其中  $-2 \leq k \leq 3$ ，則下列哪些選項正確？
- (1) 找得到  $k$  值，滿足  $\vec{u} \parallel \vec{v}$  (2) 找得到  $k$  值，滿足內積  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -5$   
 (3) 找得到  $k$  值，滿足內積  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{34}$   
 (4) 找得到  $k$  值，滿足  $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$  所圍成的平行四邊形面積為  $5\sqrt{34}$   
 (5) 找得到兩個  $k$  值，滿足  $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$  所圍成的平行四邊形面積為 10。

8. 在平面坐標上， $x$  坐標與  $y$  坐標皆為整數的點稱作格子點。  
 已知  $A(32, 1)$ 、 $B(-108, 106)$ ，若點  $P$  為線段  $\overline{AB}$  上一點，則下列哪些選項正確？
- (1) 線段  $\overline{AB}$  的方程式可以表示為  $\begin{cases} x = -108 - 140t \\ y = 106 + 105t \end{cases}$ ， $0 \leq t \leq 1$   
 (2) 直線  $AB$  的方程式為  $3x + 4y = 100$   
 (3) 若直線  $AB$  與  $x$  軸的鈍夾角為  $\theta$ ，則  $\tan \theta = -\frac{4}{5}$   
 (4) 線段  $\overline{AB}$  上共有 36 個格子點  
 (5) 點  $P$  到原點的最短距離為 20 個單位。

### 三、選填題

- A. 某次數學段考，小華考了全校最高分 72 分，但是小華就讀年級的年級段考平均分數為 39.9 分、標準差為 13.6 分。於是，數學老師們決定調整分數，並依照下列規則進行：
- (1) 新成績  $= a \times (\text{原成績}) + b$ ，其中  $a$ 、 $b$  為實數；  
 (2) 為了不影響段考排名，調整分數前後任兩位同學之間的分數差距維持不變；  
 (3) 原成績中最高分調整為 100 分。  
 若調整分數後，新成績的平均為  $m$  分，標準差為  $n$  分，則數對  $(m, n) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- B. 已知 8 張獎券中有一等獎、二等獎和三等獎各 1 張，其餘相同的 5 張為「銘謝惠顧」。現將這 8 張獎券分給甲、乙、丙、丁四人，每人 2 張獎券，則得獎的情形共有          種。

- C. 如右圖，一個有14個空格的表格，若隨機在14個空格中分別填入數字1、2、……、14且不得重複，則1和2這兩個數字在同一行或同一列的機率為\_\_\_\_\_。  
(化為最簡分數)


## 第貳部分：非選擇題

一、糸守高中全校學生均留校自習，有閱覽室及溫書室兩處地方供學生選擇，學生每個星期都能選擇繼續留在原處自習或轉往另一處自習。根據統計，學生每個星期選擇留在原處自習的機率是轉往另一處機率的一半。若學期開始的第一週宮水三葉選擇在溫書室自習，請回答下列問題：

- (1) 寫出糸守高中學生選擇自習地點的轉移矩陣  $A$ 。
- (2) 承(1)，寫出轉移矩陣  $A$  的反方陣  $A^{-1}$ 。
- (3) 已知第五週宮水三葉在溫書室自習的機率為  $\frac{41}{81}$ ，則第四週宮水三葉在溫書室自習的機率為何？
- (4) 長期下來，全校學生選擇在溫書室自習的比例會趨近多少？

二、數線上有三點  $A(x)$ 、 $B(y)$ 、 $C(5)$ ，其中  $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ ，若  $A$  與  $B$  的距離不大於 6，且  $A$  與  $B$  的中點  $M$  不在  $C$  點的右側：

- (1) 列出所有  $x$ 、 $y$  的條件，並以聯立不等式表示。
- (2) 設  $O$  為數線上的原點，求出  $2\overline{OA} - 3\overline{OB}$  的最大值與最小值。

RB589 台北區高中 105 學年度高三下第一次指考模擬考  
數學(社會組)

第壹部分：選擇題

1. (5) 2. (3) 3. (4) 4. (1)(3)(5) 5. (1)(2)(5) 6. (3)(4) 7. (1)(2)(4)(5)  
8. (2)(4)(5)

選填題

- A. (67.9, 13.6) B. 60 C.  $\frac{37}{91}$

第貳部分：非選擇題

一、(1)  $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$  (2)  $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$  (3)  $\frac{13}{27}$  (4)  $\frac{1}{2}$

二、(1)  $\begin{cases} -6 \leq x - y \leq 6 \\ x + y \leq 10 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$  (2) 最大值 12，最小值 -20