

臺中市立高級中等學校 105 學年度指定科目第三次
聯合模擬考 數學乙



RB588

第壹部分：選擇題(占 60 分)

一、單選題(占 30 分)

- 1.() 小澤、小智、小雲和小婷四人參加 400 公尺接力賽。已知每人各跑 100 公尺，且小雲和小婷兩人因接棒不順，不排在一起；而小智因容易緊張，所以不排在第一棒，除此之外沒有其他狀況。試問：這四人排定棒次的方法數有幾種？
(1) 9 (2) 10 (3) 11 (4) 12 (5) 13
- 2.() 坐標平面上有 A 、 B 、 C 三點， O 為原點，且 $|\vec{OA}|=1$ ， $|\vec{OB}|=2$ ， $\angle AOB=120^\circ$ 。則當 \vec{OC} 為下列何者時， $\triangle ABC$ 的面積最大？
(1) $\vec{OA}+\vec{OB}$ (2) $2\vec{OA}$ (3) $-\vec{OA}+\vec{OB}$ (4) $\frac{3}{2}\vec{OA}-\frac{1}{2}\vec{OB}$ (5) $-\frac{1}{2}\vec{OA}-\frac{1}{2}\vec{OB}$
- 3.() 方程式 $2\log(x+1)=(x+1)\log 2$ 的所有實根的總和為何？
(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5)

二、多選題(占 30 分)

- 4.() 好高級公司員工 1000 人，員工月薪成常態分布。最低月薪為 12000 元，且月薪的平均為 50000 元，標準差為 12000 元。因某種緣故，老闆與員工協商調薪。若協商結果有以下兩種調薪方案：
- 甲方案：原薪資的 $\frac{4}{5}$ 倍少 2000 元
- 乙方案：原薪資的 $\frac{6}{5}$ 倍少 12000 元
- 下列敘述哪些正確？
- (1) 不論甲方案或乙方案，員工月薪依然呈現常態分布
(2) 原月薪高於 62000 元的人數不超過 200 人
(3) 原月薪低於 25000 元的員工，透過乙方案調薪較有利
(4) 甲、乙兩方案員工月薪的相關係數為 $\frac{2}{3}$
(5) 若甲方案員工月薪對乙方案員工月薪的迴歸線(最適合直線)方程式為 $y = ax + b$ ，則數對 $(a, b) = (\frac{2}{3}, 6000)$
- 5.() 箱中有大小材質相同的紅球與白球各 3 顆。今自箱中任取 3 球，若取得 k 顆紅球可得獎金 $5k$ 元；若取得 k 顆白球可得獎金 k 元。令隨機變數 X 表示取 3 球所得總獎金，則下列敘述哪些正確？
- (1) 隨機變數 X 可能為 3，7，11 和 15 元 (2) 得到獎金 7 元的機率為 $\frac{1}{4}$
(3) 得到獎金 3 元和獎金 15 元的機率相同
(4) 所得獎金期望值為 9 元 (5) 所得獎金變異數為 20

6.() $A(1-a, -2)$ 、 $B(4, a+1)$ 、 $C(1, 3)$ 為坐標平面上相異三點， O 為原點，則下列敘述哪些正確？

- (1) 若 $a=5$ ，則 A 、 B 、 C 三點共線 (2) 若 $a=3$ ，則直線 AB 通過 O 點
(3) 若 $a=2$ ，則 $\triangle ABC$ 為鈍角三角形
(4) 若 A 、 B 、 C 三點圍成一個直角三角形，則 $a=-1$
(5) 若 A 、 B 兩點在直線 OC 同側，則 $\frac{5}{3} < a < 11$

7.() 已知 $f(x) = (\frac{1}{3})^x$ ， $g(x) = \log_3 x$ ，其中 x 為實數，則下列敘述哪些正確？

- (1) $\log_3 f(-x) + \log_3 f(x) = 1$ (2) 若 $x > 2$ ，則 $g(x) > f(x)$
(3) 方程式 $f(x) = g(x)$ 恰有一正根 (4) $y = g(|x|)$ 圖形對稱軸為 x 軸
(5) 若 $a > b > 0$ ，則 $|g(a)| > |g(b)|$

8.() 已知 $f(x) = (x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$ ，其中 α 、 β 、 γ 為正實數，且 $\alpha < \beta < \gamma$ ， $\alpha + \beta + \gamma = 3$ 。則下列敘述哪些正確？

- (1) $f(0) < 0$ (2) 若 $f(i+1) = -\frac{5}{4}i$ ，則 $f(i-1) = \frac{5}{4}i$
(3) $f(x^2) = 0$ 必有虛根 (4) 若 $f(x) + 10 = 0$ 恰有一實根 t ，則 $t > \alpha$
(5) 若 $f(0)f(2) > 0$ ，則 $f(2)f(3) < 0$

第貳部分：選填題(占 24 分)

A. 已知實係數多項式 $f(x)$ 次數大於二次，且 $(x+1)f(x)$ 除以 $(x^2 + x - 2)$ 餘式為 $(x-2)$ ，若 $f(x)$ 除以 $(x^2 + x - 2)$ 餘式為 $r(x)$ ，則 $r(0)$ 之值為_____。

B. 投擲一枚公正的硬幣 8 次，依序記下各次結果。則至少出現一次正面，且出現的正面皆不會連續出現的機率為_____。

C. \vec{a} 和 \vec{b} 為平面上兩向量，且 $|\vec{a}| : |\vec{b}| : |\vec{a} - \vec{b}| = 2 : 1 : \sqrt{3}$ 。若 θ 為 $\vec{a} + \vec{b}$ 和 $\vec{a} - \vec{b}$ 的夾角，則 $\cos \theta$ 之值為_____。

第貳部分：非選擇題(占 18 分)

- 一、好高級社區居民共有 1400 人，社區每年都會舉辦一次親子旅遊。若每年僅選擇到甲、乙兩個樂園遊玩。且依往年情形來看，選擇到甲樂園遊玩的居民中，隔年有 30% 的人數改至乙樂園遊玩；而選擇到乙樂園遊玩的居民中，隔年有 40% 的人數改至甲樂園遊玩。
- (1) 已知今年選擇到甲樂園遊玩的居民有 400 人，選擇到乙樂園遊玩的居民有 1000 人，則後年選擇到甲樂園遊玩的居民有多少人？(5 分)
 - (2) 若經過數年後，到甲、乙兩樂園遊玩的居民人數會呈現「穩定狀態」，則此時選擇到甲、乙兩樂園遊玩的居民人數比為多少？(5 分)
- 二、好高級化學工廠有甲、乙兩條生產線生產相同產品。其中甲生產線每年生產 500 公斤產品需要原料費 10 萬元，並生產 200 公斤廢棄物；乙生產線每年生產 800 公斤產品需要原料費 14 萬元，並生產 400 公斤廢棄物。若這間公司預算僅有 120 萬元，且僅用於生產產品的原料費用與廢棄物處理。而工廠處理廢棄物的最大極限為 2400 公斤，其中處理每公斤廢棄物需花費 100 元。
- (1) 工廠兩條生產線總產量最大為多少公斤？(6 分)
 - (2) 當工廠總產量最大時，甲、乙兩條生產線產生的廢棄物各為多少公斤？(2 分)

RB588 臺中市立高級中等學校 105 學年度指定科目第三次
聯合模擬考數學乙

第壹部分：選擇題

1. (2) 2. (5) 3. (4) 4. (1)(2)(5) 5. (1)(3)(4) 6. (1)(2)(3) 7. (2)(3)
8. (1) (5)

選填題

- A. 1 B. $\frac{27}{128}$ C. $\sqrt{\frac{3}{7}}$

第貳部分：非選擇題

- 一、(1) 764 人 (2) 4:3
二、(1) 5200 公斤 (2) 甲：800 公斤 乙：1600 公斤