

臺中市立高級中等學校105學年度指定科目第四次
聯合模擬考 數學甲



RA676

第壹部分：選擇題(共占 76 分)

一、單選題 (占 24 分)

- $a, b, c, k \in R, f(x) = ax^2 + bx + c$ ，已知 $f'(3) = 0$ 且 $f''(x) > 0$ ，則使 $f(k) \geq f(6)$ 之 k 的範圍為下列何者？

(1) k 為任意實數 (2) $k \geq 3$ (3) $k \leq -3$ 或 $k \geq 3$
 (4) $k \leq 0$ 或 $k \geq 6$ (5) $-6 \leq k \leq 6$
- z_1, z_2 均為複數， $|z_1| = |z_2| = 1$ 且 z_1, z_2 之主幅角分別為 $\frac{\pi}{6}$ 及 $\frac{7\pi}{12}$ ，則 $(z_1 + z_2)^3$ 之主幅角最靠近下列何者？

(1) $\frac{\pi}{4}$ (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{2\pi}{3}$ (4) $\frac{7\pi}{6}$ (5) $\frac{7\pi}{4}$
- 已知箱子中有 9 顆不同顏色但大小一樣的球，每顆球被取出的機會均相等，小臻臻與小叡叡分別喜歡其中的粉色球、黑色球。今約定由小臻臻、小叡叡的順序各取一球，取後不放回，試問在兩人至少有一人取到自己喜歡的球之下，小臻臻與小叡叡都取到自己喜歡的色球機率為何？

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{5}$ (4) $\frac{1}{10}$ (5) $\frac{1}{15}$
- 在空間坐標中，已知三點 $A(1, 2, 3), B(3, 6, -1), C(1, 3, 4)$ 。若動點 P 滿足 $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，則 \overline{PC} 之最小值為？

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

二、多選題 (占 24 分)

- $n \in N$ ，下列無窮級數，哪些為收斂級數？

(1) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$ (2) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} + \dots$
 (3) $1 - 2 + 4 - 8 + \dots + (-2)^{n-1} + \dots$ (4) $\frac{5-4}{5+4} + \frac{5^2-4^2}{5^2+4^2} + \frac{5^3-4^3}{5^3+4^3} + \dots + \frac{5^n-4^n}{5^n+4^n} + \dots$
 (5) $(a_1 - a_2) + (a_2 - a_3) + (a_3 - a_4) + \dots + (a_n - a_{n+1}) + \dots$
- 若二階方陣 M 所代表的線性變換可以將平面上的直線 $L: x - \sqrt{3}y = 0$ 上的點變換到 $L_1: \sqrt{3}x - y = 0$ 上，則下列哪些選項是正確的？

(1) M 定義的線性變換可以是旋轉變換 (2) M 定義的線性變換可以是鏡射變換

(3) $M = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$ (4) $M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (5) $M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$
- $k \in R, f(x) = x^3 + 4x^2 - 3x + k = 0$ ，下列哪些正確？

(1) $k = -14$ 時， $f(x) = 0$ 有兩個負有理根，一個正有理根
 (2) $k = 3$ 時， $f(x) = 0$ 沒有有理根 (3) $k = 14$ 時， $f(x) = 0$ 恰有一個實根
 (4) $k = 1$ 時， $f(x) = 0$ 沒有實根 (5) $k = -1$ 時， $f(x) = 0$ 有兩個負實根，一個正實根

三、選填題（占 28 分）

- A. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\angle A = 2\angle B$ 。若 \overline{AD} 平分 $\angle A$ 且與 \overline{BC} 交於 D ，試求 $\overline{AD} =$ _____。
- B. 在坐標平面上，已知 $A(1, 2)$ ， $B(9, 8)$ ，若點 $P(x, y)$ 在直線 $L: 3x + 4y = k$ 上， $k \in N$ ，則使 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$ 之 P 點共有 _____ 個。
- C. 過年時欣爸為了增加趣味性，在麵包超人夾娃娃機的所有六個娃娃中隨機放入寫有 0 元，0 元，50 元，100 元，500 元，1000 元的紙條，遊戲規則是每人只有二次機會，若第一次夾中 0 元，則下次夾中的金額會減為原本的一半；若第一次夾中非 0 的金額，則所得錢數為二次所夾的總和。已知小臻臻的技術純熟，每夾必中，則小臻臻玩遊戲可獲得金額的期望值 = _____ 元。
- D. $k \in R$ ，在坐標平面上，點 $A(4, 1)$ 且 P, Q 兩點分別為直線 $L: x + y = k$ 跟 $y = 2^x$ 及 $y = \log_2 x$ 之交點，求 $\overline{AP} + \overline{AQ}$ 之最小值 = _____。

第貳部分：非選擇題（占 24 分）

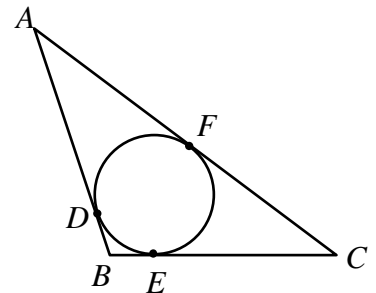
一、如圖(1)， $\triangle ABC$ 之三邊長 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{CA} = 8$ ， I 為內心， D 為 \overline{AB} 跟內切圓的切點。

(1) 求內切圓半徑 r ？(3 分)

(2) 求 \overline{DA} 長？(3 分)

(3) 利用『將 \overrightarrow{IA} 表成 \overrightarrow{ID} 及 \overrightarrow{DA} 的線性組合，

\overrightarrow{IB} 表成 \overrightarrow{ID} 及 \overrightarrow{DB} 的線性組合』，求出 $\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = ?$ (6 分)



圖(1)

二、已知 $f(x)$ 為一實係數多項式

(1) 若 $f''(x) = 6x + 4$ ，則 $f(x)$ 是幾次多項式？(2 分) 最高次項的係數為？(2 分)

(2) 承(1)，若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 8}{x - 1} = 3$ ，則 $f(x) = ?$ (3 分)

(3) 承(2)，求 $\int_0^1 f(x) dx = ?$ (5 分)

RA676 臺中市立高級中等學校 105 學年度指定科目第四次
聯合模擬考數學甲 參考答案

第壹部分：選擇題

1. (4) 2. (4) 3. (5) 4. (3) 5. (2) 6. (1)(2) 7. (2)(3)(5)

選填題

A. $\frac{5\sqrt{6}}{4}$ B. 100 C. 495 D. $3\sqrt{2}$

第貳部分：非選擇題

一、(1) $\frac{4}{3}$ (2) 4 (3) $-\frac{20}{9}$

二、(1) 三次多項式；最高次項的係數為 1 (2) $x^3 + 2x^2 - 4x + 9$ (3) $\frac{95}{12}$