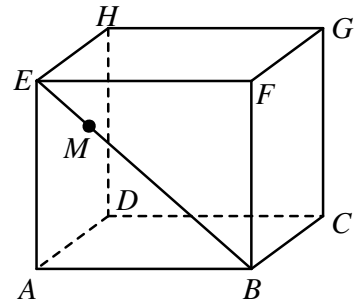




第壹部分：選擇題(佔 78 分)

一、 單選題(占 12 分)

- 1.() 若存在實數 x, y 使得 $3x+4y=k\sqrt{(x-4)^2+(y+3)^2} \neq 0$ 恆有解，則實數 k^2 的最大值為下列哪一個選項？
 (1)1 (2)5 (3)9 (4)16 (5)25
- 2.() 木匠用 12 根長度均為 1 公尺的木條製作如右圖的木框架 $ABCD-EFGH$ ，再在 EB 上加裝一根長度為 $\sqrt{2}$ 公尺的木條，並裝上一個會動的球 M 在木條 EB 上，則 $\overline{AM} + \overline{MH}$ 的最小值為下列哪一個選項？
 (1) $\sqrt{2}$ (2)2 (3) $\sqrt{2}+1$ (4) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ (5) $\sqrt{2+\sqrt{2}}$



二、 多選題(占 48 分)

- 3.() 設 x 為實數，下列敘述何者為真？
 (1) $2^x + 2^{-x}$ 有極小值 2 (2) $x + \frac{1}{x}$ (3) $(0.5)^{x^2+4x+1}$ 有極小值 8
 (4) $|x-3| + |x+1|$ 有極小值 4 (5) $|\cos x| + \frac{9}{|\cos x|}$ 有極小值 6
- 4.() 當 $x_1 < x_2$ 時，下列函數何者滿足 $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$ 的條件？
 (1) $f_1(x) = 2^x$ (2) $f_2(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ (3) $f_3(x) = \log_2 x$ (4) $f_4(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ (5) $f_5(x) = x^2$
- 5.() 已知 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ， $g(x) = 2x^2 + mx - 9$ ，其中 a, b, c, d 為實數， m 為整數，且 $f(x)$ 及 $g(x)$ 有共同的因式 $(2x-3)$ ，請選出正確的選項：
 (1) $m=3$ (2) a 為 2 的倍數 (3) d 為 3 的倍數 (4)若 $f(x) < 0$ 的解為 $x < \frac{3}{2}$ ，則 $a > 0$
 (5)若 $f(x) < 0$ 的解為 $x < \frac{3}{2}$ ，則 $f(x) = 0$ 的解為三實根
- 6.() 在平面上有相異四點 A, B, C, D ，請選出正確的選項：
 (1) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$
 (2)若 B, C, D 三點共線，且 $\overrightarrow{AD} = t\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}$ ，則 $t+s=1$ ，且 $\overline{BD} : \overline{CD} = s : t$
 (3)存在兩實數 t, s ，使 $\overrightarrow{AD} = t\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}$
 (4)若 $ABDC$ 為一平行四邊形，則其面積 $= \sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2 |\overrightarrow{AC}|^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$
 (5)若 BCD 為一三角形且 A 為三角形 BCD 的重心，則 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$
- 7.() 設有甲、乙、丙三袋，每袋均有一百元與五百元共六張，已知甲、乙、丙三袋依次有 1800 元、2600 元、1400 元，今隨機任取一袋(各袋被取機會均等)，再從袋中任取一張鈔票(每張被取機會均等)，則下列何者為真？
 (1)期望值為 $\frac{5800}{3}$ (2)期望值為 $\frac{2900}{9}$

(3) 取到一百元鈔票的機率為 $\frac{4}{9}$ (4) 取到一百元鈔票的機率為 $\frac{5}{9}$

(5) 若已知取到的是五百元鈔票，則這張鈔票是取自乙袋的機率為 $\frac{1}{2}$

8. () 已知 $\alpha = \frac{\sqrt{3}+i}{1-i}$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ ，則下列敘述，選出正確的選項：

(1) α 的主幅角為 $\frac{5\pi}{12}$ (2) 使 α^n 為實數的最小正整數 n 為 12

(3) 使 α^n 為純虛數的最小正整數 n 為 12

(4) 若 $\alpha(\cos \theta + i \sin \theta)$ 為小於 0 的實數，則 θ 為第二象限角

(5) 若 $\frac{\alpha}{\cos \theta + i \sin \theta}$ 為小於 0 的實數，則 θ 為第二象限角

三、選填題(占 18 分)

A. 有甲、乙兩架直升機自基地上空以相同速度分別往北偏東 30 度及正東方飛行，2 小時之後甲機收到來自乙機的求救訊號：乙機表示機體損毀，接下來只能以原本速度的一半沿著原前進方向飛行，希望甲機能在 30 分鐘後抵達到乙機的所在地點進行救援。請問甲機接下來至少須提高為原速度的_____倍，才能趕得及於指定地點會合？(化為最簡根式)

B. 設空間中兩直線 $L_1: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{-1}$ ， $L_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$ ，則 L_1 、 L_2 所夾銳角的角平分線

方程式為 $\begin{cases} x+ay=-2 \\ 2y+bz=5 \end{cases}$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

C. 有一邊長皆不相等的 n 多邊形(其不旋轉、不翻轉)， $n \geq 3$ ，用 4 種顏色去塗邊長，一邊一色，且相鄰邊不同色，其塗法有 a_n ，則 $a_{n+2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(以遞迴關係表示)

第貳部分：非選擇題(佔 22 分)

一、設 $A(1,2)$ 、 $B(-2,3)$ 為坐標平面上兩點， C 為直線 AB 外一點， A 、 B 、 C 三點經平面線性變換 M 矩陣作用後分別得 $A'(-1,5)$ 、 $B'(2,4)$ 、 C' 。

(1) 試問線性變換 M 矩陣為何？(5 分)

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面積為 5，試求點 C' 到直線 $A'B'$ 的距離。(5 分)

二、將複數 $z^{12} = -32 + 32\sqrt{3}i$ 的解依主幅角大小，由小到大排列依序為 z_1, z_2, \dots, z_{12} ，求：

(1) 請以極式表示 z_k ， $k = 1, 2, \dots, 12$ 。(6 分)

(2) 由 z_3 、 z_5 、 z_8 、 z_{12} 所圍成的四邊形面積。(6 分)

RA599 臺北區高中 105 學年度第二學期指定科目第一次模擬考
數學甲 參考答案

第壹部分：選擇題

- 1.(5) 2.(5) 3.(1)(4) 4.(1)(2)(4)(5) 5.(1)(4) 6.(1)(4)(5) 7.(2)(3)(5)
8.(1)(2)(4)

選填題

- A. $\frac{\sqrt{73}}{2}$ B. (-1,5) C. $2a_{n+1} + 3a_n$

第貳部分：非選擇題

一、(1) $M = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ (2) $2\sqrt{10}$

二、(1) $z_k = \sqrt{2} [\cos(10^\circ + 30^\circ \times (k-1)) + i \sin(10^\circ + 30^\circ \times (k-1))]$, $k = 1, 2, \dots, 12$
(2) $2 + \sqrt{3}$