

# 全國公私立 104 學年度第 5 次數學甲指定科目複習考試



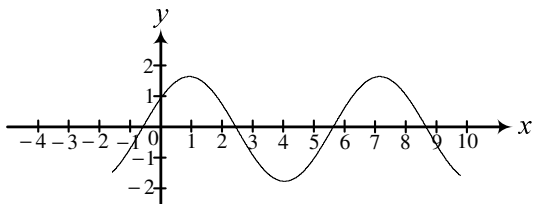
RA596

## 第壹部分：選擇題

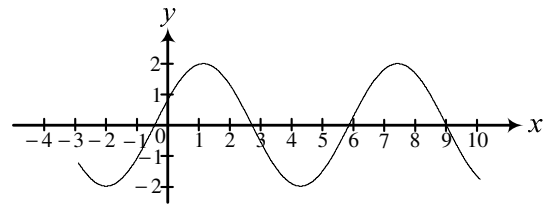
### 一、單選題(占 18 分)

- 整係數多項式  $f(x) = 2x^4 - 17x^3 + ax^2 + bx - 14$ 。若  $f(x) = 0$  有一複數根  $1+i$ ，則滿足  $f(x) \leq 0$  的整數解的個數，為下列哪一個選項？  
(1) 7 (2) 8 (3) 9 (4) 10 (5) 11
- 設  $a, b$  皆為正整數。若  $1 \leq a \leq 20$ ， $1 \leq b \leq 20$ ，且  $0 < \log_2 a - \log_2 b < 1$ ，則滿足上述條件的數對  $(a, b)$  共有幾組？  
(1) 84 組 (2) 86 組 (3) 88 組 (4) 90 組 (5) 92 組
- 函數  $y = \cos(-x) + \sqrt{3} \sin(-x)$  的函數圖形為下列哪一個選項？

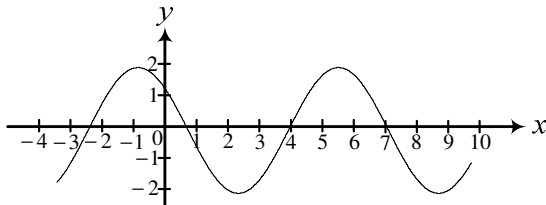
(1)



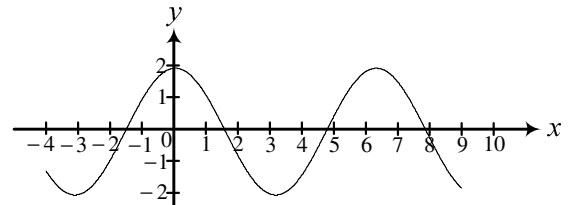
(2)



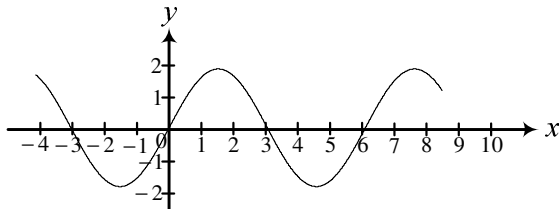
(3)



(4)



(5)



### 二、多選題(占 40 分)

- 甲、乙兩人進行 5 戰 3 勝制(先贏得 3 局的人獲勝)的桌球比賽，前 3 局甲贏 1 局輸 2 局暫時落後。已知過去兩人的比賽中，每局比賽甲獲勝的機率是 0.7，且各局比賽的勝負結果互不影響，試問下列哪些選項是正確的？  
(1) 甲獲勝的機率為 0.7 (2) 乙獲勝的機率為 0.51  
(3) 若比賽由乙獲勝，則甲的戰績為贏 2 局輸 3 局的機率為  $\frac{7}{17}$   
(4) 若比賽由乙獲勝，則甲的戰績為贏 1 局輸 3 局的機率為  $\frac{1}{2}$   
(5) 若比賽由甲獲勝，則乙的戰績為贏 2 局輸 3 局的機率為 1
- 在三角形  $ABC$  中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AC} = 7$ ，且  $O, I, G, H$  四點分別為三角形  $ABC$  的外心、內心、重心與垂心，試問下列哪些選項是正確的？  
(1)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 19$  (2)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} = \frac{19}{2}$  (3)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AI} = 15$   
(4)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{25}{2}$  (5)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = \frac{44}{3}$

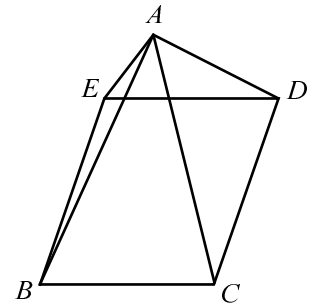
6. 圓  $C$  的方程式為  $(x-h)^2 + (y-k)^2 = 20$ ，已知過點  $A(3, 1)$  可以作圓  $C$  的兩條切線，且兩條切線的方程式分別為  $L_1: 2x - y = 5$  及  $L_2: x - 2y = 1$ ，則  $h+k$  之值可能為下列那些選項？
- (1)  $-16$       (2)  $4$       (3)  $10$       (4)  $24$       (5)  $4+2\sqrt{5}$

7. 在平面上，已知三角形  $ABC$  的三邊長為三個連續整數，且最大角  $\angle C = 2\theta$ ，最小角  $\angle A = \theta$ ，則下列哪些選項是正確的？
- (1) 三邊長比  $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = \cos \theta : \cos 3\theta : \cos 2\theta$   
 (2) 三邊長比  $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = \sin \theta : \sin 3\theta : \sin 2\theta$   
 (3) 三邊長比  $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : 3 - 4\sin^2 \theta : 2\cos \theta$   
 (4)  $\cos \theta = \frac{3}{4}$       (5)  $\sin \theta = \frac{3}{4}$

8. 已知二階方陣  $A = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix}$  為一個旋轉矩陣， $B = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & \sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & -\cos \theta_2 \end{bmatrix}$  為一個鏡射矩陣。
- 則下列哪些選項是正確的？
- (1)  $AB=BA$       (2)  $(AB)^{105} = (BA)^{105}$       (3)  $(AB)^{2016} = (BA)^{2016}$   
 (4)  $(ABA)^{10} = AB^{10}A$       (5)  $(BAB)^{10} = BA^{10}B$

二、選填題(占 18 分)

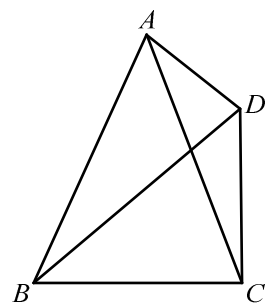
- A. 如圖(1)，空間中正四角椎  $A-BCDE$  是由正方形  $BCDE$  及四個正三角形所組成。已知  $B、C、D、E$  四個點的坐標分別為  $(6, 4, 3)、(5, 5, -1)、(2, 2, -1)、(3, 1, 3)$  且  $A$  點的  $z$  坐標為正數，則  $A$  點坐標為\_\_\_\_\_。



圖(1)

- B. 已知某籃球員罰球練習(站在罰球線投球)的命中率為  $0.6$ ，且各次罰球結果互不影響。若該名籃球員準備進行  $36$  次罰球練習(站在罰球線投  $36$  球)，設共投進  $k$  球的機率為  $P_k$ ，則當  $P_k$  有最大值時， $k$  值為\_\_\_\_\_。

- C. 如圖(2)，四邊形  $ABCD$ ，是由兩個直角三角形所形成。邊長分別為  $\overline{AB}=17、\overline{BC}=12、\overline{CD}=9、\overline{DA}=8$ ，且  $\angle BCD = \angle BDA = 90^\circ$ 。若  $\overline{AC}$  與  $\overline{BD}$  交於點  $E$ ，則  $\overline{DE}$  之值為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)



圖(2)

第貳部分：非選擇題(占 24 分)

一、在複數平面上，設方程式  $z^4 = 8 + 8\sqrt{3}i$  的四個根依主幅角大小從小到大分別為  $z_1$ 、 $z_2$ 、 $z_3$ 、 $z_4$ ，方程式  $z^4 = -16$  的四個根依主幅角大小從小到大分別為  $\omega_1$ 、 $\omega_2$ 、 $\omega_3$ 、 $\omega_4$ 。

- (1) 求  $z_1$ 、 $z_2$ 、 $z_3$ 、 $z_4$  之值(以極式表示)。(4 分)
- (2) 若複數  $z_1$ 、 $\omega_1$ 、 $z_2$ 、 $\omega_2$ 、 $z_3$ 、 $\omega_3$ 、 $z_4$ 、 $\omega_4$  在複數平面上對應的點依序可以連成一個八邊形，求此八邊形的面積。(4 分)
- (3) 計算  $|z_1 - \omega_1| \times |z_1 - \omega_2| \times |z_1 - \omega_3| \times |z_1 - \omega_4|$  之值。(4 分)

二、空間中有兩直線  $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ ， $L_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$ ，及點  $A(8, -3, -4)$ 。若平面  $E$  包含  $A$  點及直線  $L_1$ ，且存在直線  $L$  通過  $A$  點並分別與直線  $L_1$ 、 $L_2$  交於  $P$ 、 $Q$  兩點。

- (1) 求平面  $E$  的方程式。(4 分)
- (2) 求平面  $E$  與直線  $L_2$  的交點坐標。(4 分)
- (3) 求  $P$  點的坐標。(4 分)

RA596 (全國公私立 104 學年度第 5 次數學甲指定科目複習考試)

選擇題：1. (2) 2. (4) 3. (3) 4. (2)(3)(5) 5. (1)(3)(5) 6. (1)(2)(4) 7. (2)(3)(4) 8. (3)(5)

選填題：A. (2,5,2) B. 22 C.  $\frac{54}{19}$

非選題：一、(1)  $z_k = 2\left\{\cos\left[\frac{\pi}{12} + (k-1)\times\frac{\pi}{2}\right] + i\sin\left[\frac{\pi}{12} + (k-1)\times\frac{\pi}{2}\right]\right\}$  ,  $k = 1, 2, 3, 4$  (2)  $4 + 4\sqrt{3}$

(3)  $16\sqrt{3}$

二、(1)  $E: 4x + 11y + 3z = -13$  (2)  $(-2, -1, 2)$  (3)  $P(3, -2, -1)$