



第四次聯合模擬考

第壹部分：選擇題(佔 65 分)

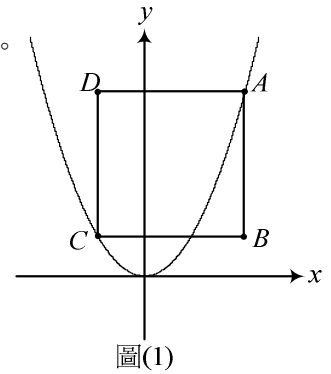
一、 單選題(占 30 分)

- 1.( ) 坐標平面上  $O(0, 0)$ 、 $A(3, 0)$ 、 $B(2, 3)$ 、 $C(0, 2)$ ，將四點代入目標函數  $P(x, y)=kx-3y$ ，當  $k$  為下列何數時，使得目標函數  $P$  在  $B$  點有最小值？  
 (1)  $-10$  (2)  $-4$  (3)  $2$  (4)  $4$  (5)  $10$

- 2.( ) 已知  $1^3+2^3+\dots+n^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$ ，設  $S=1^3+3^3+5^3+\dots+19^3$ ，則下列何者正確？  
 (1)  $19000 < S < 20000$  (2)  $20000 < S < 21000$  (3)  $21000 < S < 22000$   
 (4)  $23000 < S < 24000$  (5)  $24000 < S < 25000$

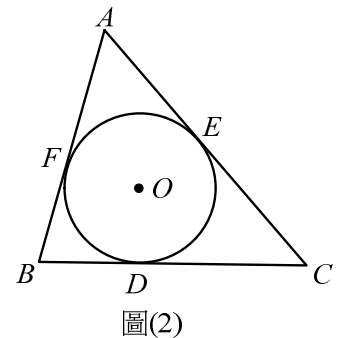
- 3.( ) 若將矩陣  $\begin{bmatrix} 5 & 9 & 1 & 0 \\ 4 & 7 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  經列運算後得  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & a & b \\ 0 & 1 & c & d \end{bmatrix}$ ，則矩陣  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}=?$   
 (1)  $\begin{bmatrix} 9 & 5 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$  (2)  $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$  (3)  $\begin{bmatrix} -7 & 9 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$  (4)  $\begin{bmatrix} 7 & -9 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$  (5)  $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 9 & -7 \end{bmatrix}$

- 4.( ) 如圖(1)， $A(4, f(4))$ 、 $C(-2, f(-2))$  為拋物線  $f(x)=\frac{x^2}{a}$  上兩點。  
 若  $ABCD$  為正方形，且  $\overline{AB}$  平行  $y$  軸，則  $a=?$   
 (1)  $4$   
 (2)  $2$   
 (3)  $1$   
 (4)  $\frac{1}{2}$  (5)  $\frac{1}{4}$



- 5.( ) 試求最小正整數  $n$ ，使得  
 $C_0^n + (\sqrt{4-2\sqrt{3}})C_1^n + (\sqrt{4-2\sqrt{3}})^2 C_2^n + (\sqrt{4-2\sqrt{3}})^3 C_3^n + \dots + (\sqrt{4-2\sqrt{3}})^n C_n^n > 10^{10}$ 。  
 (1)  $21$  (2)  $22$  (3)  $40$  (4)  $41$  (5)  $42$

- 6.( ) 如圖(2)，圓  $O$  為  $\triangle ABC$  之內切圓且與  $\overline{BC}$ 、 $\overline{CA}$ 、 $\overline{AB}$  分別相切於  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。已知  $\overline{AB}=5$ 、 $\overline{BC}=6$ 、 $\overline{CA}=7$ ，  
 設  $\overrightarrow{AD}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$ ，求  $3m+6n=?$   
 (1)  $7$  (2)  $6$  (3)  $5$  (4)  $4$  (5)  $3$



二、 多選題(占 35 分)

- 7.( ) 下列哪些方程組無解？

(1)  $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y=1 \end{cases}$  (2)  $\begin{cases} \frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{4} \\ \frac{x-2}{4}=\frac{y-1}{3} \end{cases}$  (3)  $\begin{cases} x+2y+z=4 \\ 8x+y-2z=-3 \\ 6x-3y-4z=5 \end{cases}$

$$(4) \begin{cases} x-3y-2z=0 \\ 2x+y+2z=1 \\ 4x+y+3z=3 \end{cases} \quad (5) \begin{cases} \frac{x+4}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-3}{-3} \\ \frac{x-5}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{6} \end{cases}$$

8.( ) 已知  $f(x)$  與  $g(x)$  皆為實係數多項式；設  $H(x) = f(x) \cdot g(x)$ ，依表(1)中的正負值，試判斷方程式  $H(x)=0$  在哪兩個連續整數間必有實根存在？

- (1) 0 與 1  
 (2) 1 與 2  
 (3) 2 與 3  
 (4) 3 與 4  
 (5) 4 與 5

表(1)

$x$	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	+	+	-	+	+	-
$g(x)$	-	-	-	+	-	+

9.( ) 設二元二次方程式  $ax^2 + by^2 - 2x + 4y + 5 = 0$ ，請選出正確的選項。

- (1) 當  $a=b=1$ ，則方程式的圖形為圓 (2) 當  $a=b=-1$ ，則方程式的圖形為圓  
 (3) 當  $a=1$  且  $b=2$ ，則方程式的圖形為橢圓  
 (4) 當  $a=\frac{1}{2}$  且  $b=\frac{1}{4}$ ，則方程式的圖形為橢圓  
 (5) 當  $a=1$  且  $b=-2$ ，則方程式的圖形為雙曲線

10.( ) 設  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 30^\circ$  且  $\overline{AB} = 8$ ，請選出正確的選項。

- (1) 若  $\overline{AC} = 4$ ，則可求出唯一的  $\triangle ABC$  面積 (2) 若  $\overline{BC} = 4$ ，則可求出唯一的  $\triangle ABC$  面積  
 (3) 若  $\overline{BC} = 5$ ，則可求出唯一的  $\triangle ABC$  面積 (4) 若  $\overline{BC} = 6$ ，則可求出唯一的  $\triangle ABC$  面積  
 (5) 若  $\overline{BC} = 8$ ，則可求出唯一的  $\triangle ABC$  面積

11.( ) 下列各函數的圖形，哪些對稱於  $y$  軸？

- (1)  $y = 2^{|x|}$  (2)  $y = \log_3 |x|$  (3)  $y = -x^4 + 3$  (4)  $y = 4x^3$  (5)  $y = (x-1)^2$

12.( ) 已知三組二維數據如下：

$x$	1	2	3	4	$x'$	2	4	6	8	$x''$	6	7	8	9
$y$	2	2	3	4	$y'$	2	2	3	4	$y''$	4	3	2	2

設三組資料的相關係數分別為  $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$ ， $y$  對  $x$  的迴歸直線斜率分別為  $m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_3$ ，請選出正確的選項。

- (1)  $r_2 = r_1$  (2)  $r_2 = 2r_1$  (3)  $r_3 = -r_1$  (4)  $m_2 = m_1$  (5)  $m_3 = -m_1$

13.( ) 設  $f(x)$  為實係數多項式，已知  $f(x)$  除以  $x^3 - 1$  與  $x^3 + 1$  所得的餘式分別為  $x^2 + 1$  與  $x^2 - 1$ ，請選出正確的選項。

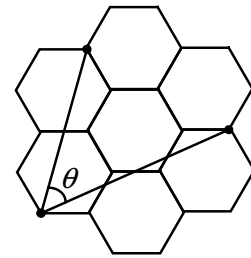
- (1)  $f(x)$  除以  $(x-1)$  的餘式為 2 (2)  $f(x)$  為  $(x+1)$  的倍式  
 (3)  $f(x)$  除以  $(x^2 - 1)$  的餘式為 2 或 0 (4)  $f(x)$  除以  $x^2 + x + 1$  的餘式為  $-x$   
 (5)  $f(x)$  除以  $x^2 - x + 1$  的餘式為  $x$

第貳部分：選填題(占 35 分)

A. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  成等比數列，設  $f(x) = \log_{\pi} x$ ，若  $f(a) = \frac{1}{2}$ 、 $f(b) = \frac{1}{3}$ ，  
求  $f(c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

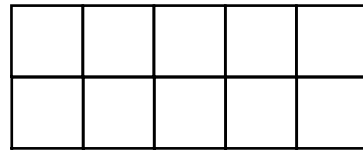
B. 投擲一公正骰子三次，所得的點數依序為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 。在  $b$  為偶數的條件下，求方程式  $ax^2 - bx + c = 0$  有實數解的機率為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

C. 圖(3)為 7 個全等的正六邊形組成的圖形，  
試求  $\cos \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



圖(3)

D. 有 10 個大小相同的球，其中 4 個為紅球，6 個為白球。  
將 10 個球全放入圖(4)的方格中，每格放一球，若上列  
至少 2 個紅球且同一行不可皆為紅球，  
共有  $\underline{\hspace{2cm}}$  種放入的方法。



圖(4)

E. 對任意二次函數  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，恆有  $f(5) = pf(1) + qf(2) + rf(4)$ ，其中  $p$ 、 $q$ 、 $r$  為固  
定的實數，求數對  $(p, q, r) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

F. 設直線  $L$  過  $(4, 1)$  且與直線  $M: 2x - y + 1 = 0$  夾  $45^\circ$ 。若  $L$  的斜率為正，求  $L$  的直線方程式  
為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

G.  $P(x, y)$  為圓  $C: (x+4)^2 + (y-6)^2 = 5$  上的一個動點。設  $t$  為任意實數，  
試求  $\sqrt{(x-2t-2)^2 + (y-t+1)^2}$  的最小值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡根式)

RA477 全國公私立高級中學 105 學年度學科能力測驗第四次  
聯合模擬考 參考答案

第壹部分：選擇題

- 1.(2) 2.(1) 3.(3) 4.(2) 5.(5) 6.(4) 7.(3)(5) 8.(2)(3)(4)(5)  
9.(2)(4)(5) 10.(1)(2)(5) 11.(1)(3) 12.(1)(3)(5) 13.(1)(2)(4)

第貳部分：選填題

- A.  $\frac{1}{6}$  B.  $\frac{13}{54}$  C.  $\frac{10}{\sqrt{247}}$  D. 55 E. (1, -2, 2) F.  $x-3y=1$  G.  $3\sqrt{5}$