

臺中區國立高級中學 105 學年度學科能力測驗第一次
聯合模擬考試



RA376

第壹部分：選擇題

一、單選題(占 30 分)

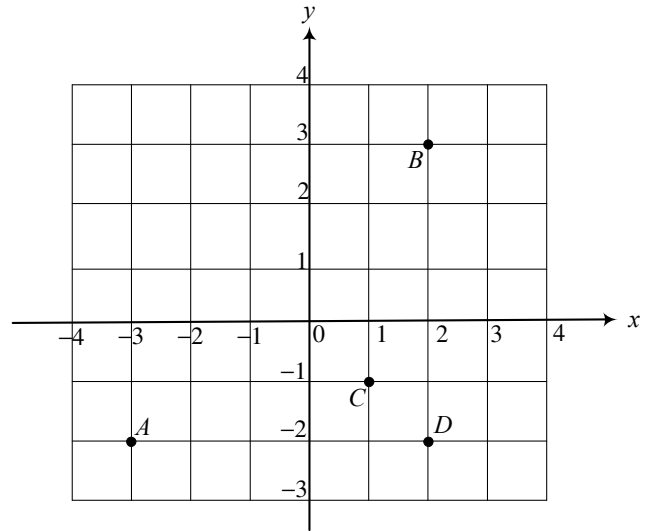
- 將 $\frac{9}{13}$ 化為小數時，設小數點後第 n 位的數字記為 $f(n)$ ，則下列哪一個數最大？
(1) $f(2016)$ (2) $f(2017)$ (3) $f(2018)$ (4) $f(2019)$ (5) $f(2020)$
 - 對所有正整數 n ，滿足 $f(n) = \begin{cases} \log_{32} n, & \log_{32} n \text{ 為有理數} \\ 0, & \log_{32} n \text{ 為無理數} \end{cases}$ ，則 $\sum_{n=1}^{2016} f(n) = ?$
(1) 2016 (2) 10 (3) 11 (4) $\frac{55}{32}$ (5) $\frac{66}{5}$
 - 甲、乙、丙、丁、戊五個人排成一列，甲和乙要排在一起，且甲旁邊不能排丙或丁則有幾種排列方式？
(1) 12 (2) 18 (3) 20 (4) 24 (5) 36
 - 從 1, 2, 3, ..., 100 共一百個自然數中選出兩個相異的數，則此兩數之和大於 100 的機率為下列哪一個選項？
(1) $\frac{25}{99}$ (2) $\frac{50}{99}$ (3) $\frac{25}{100}$ (4) $\frac{50}{100}$ (5) $\frac{51}{100}$
 - 在 $\triangle ABC$ 中， $\tan A$ 、 $\tan B$ 為 $x^2 + (-2a-1)x + 3a = 0$ 之兩根，且 $\angle C = 45^\circ$ ，則 $a = ?$
(1) -2 (2) $-\frac{1}{5}$ (3) 0 (4) $\frac{1}{5}$ (5) 2
 - 坐標平面上，若 $A(-2, 4)$ ， O 為原點，且點 $P(a, b)$ 滿足 $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OP}) \cdot (\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OP}) = 72$ 。若 $k = a + b$ ，則 k 的最大值為下列哪一個選項？
(1) 12 (2) 14 (3) 30 (4) 36 (5) 48
- 二、多選題(占 35 分)
- 設實係數多項式 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，則下列那些選項可能為不等式 $f(x) > 0$ 之解？
(1) $-1 < x < 0$ 或 $1 < x < 2$ (2) $0 < x < 2$ 但 $x \neq 1$
(3) $x < 1$ 或 $x > 2$ (4) $x < 1$ 或 $x > 1$ (5) 所有的實數
 - 已知兩函數 $f(x)$ 與 $g(x)$ 圖形互相對稱於直線 $x - y = 0$ ，若 $f(x) = \log_2(x + 3)$ ， $x > -3$ 。試問下列哪些是正確的選項？
(1) $f(x) = 2016$ 有實數解 (2) $y = g(x)$ 的圖形與 $y + 3 = 0$ 可能有交點 (3) $\log_5 g(7) = 3$
(4) $f(-2) \times f(0) \times f(2) \times \cdots \times f(2016) = 105$ (5) $f(\log 9) + f(\log 81) > 2f(\log 27)$
 - 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的每一項均為實數，公比為 r ，且 $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_9 = 1$ ， $a_{13} = \frac{1}{16}$ ，則下列那些是正確的選項？
(1) $a_3 \times a_7 = 1$ (2) $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (3) $a_4 > 1$ (4) $a_{99} > a_{101}$
(5) $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + a_{11} = \frac{63}{8}$

10. 有一組二維數據 (x_i, y_i) ，其中 y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = \frac{3}{5}x + 12$ ，且平均數 $\mu_x = 60$ ，而 y 對 x 的相關係數為 $r_{(x,y)}$ 。今有另一組二維數據 (s_i, t_i) ，其中 $s_i = -\frac{1}{3}x_i + 15$ ， $t_i = \frac{1}{4}y_i + 3$ ，若 t 對 s 的迴歸直線方程式為 $L: t = a + bs$ ，則下列哪些是正確的選項？

- (1) $r_{(x,y)} > 0$ (2) t 對 s 的相關係數為 $-\frac{1}{12}r_{(x,y)}$ (3) L 通過 $(-5, 15)$
 (4) $a > 0$ (5) $b = \frac{9}{20}$

11. 如圖(1)，直角坐標平面上， $A(-3, -2)$ ， $B(2, 3)$ ， $C(1, -1)$ ， $D(2, -2)$ ，今從 A 沿著格線走捷徑到 B ，則下列哪些是正確的選項？

- (1) 走法共有 252 種
 (2) 必經過 C 的走法有 16 種
 (3) 不經過 C 也不經過 D 的走法有 226 種
 (4) 必經第四象限的走法有 26 種
 (5) 經過原點且在原點處要轉彎的走法有 100 種



圖(1)

12. 已知 A, B, C, D 在同一平面上，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $4\sin A - \sin B = 3$ 且 $4\cos A + \cos B = 2\sqrt{3}$ 。若 $\triangle ABC$ 外有一點 D 滿足 $\overline{DA} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{DB} \perp \overline{BC}$ ，且 $\overline{CD} = 10$ ，則下列哪些是正確的選項？

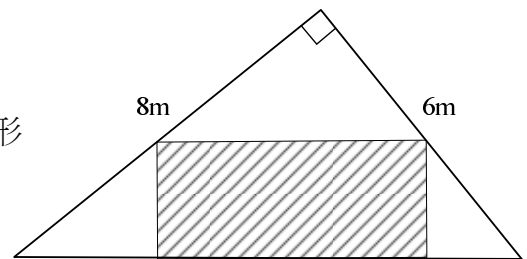
- (1) $\cos(A+B) = \frac{1}{2}$ (2) $\angle C$ 為銳角 (3) $\overline{AB} = 5\sqrt{2}$
 (4) $\triangle ABC$ 外接圓面積為 25π (5) $\overline{AD} \times \overline{BC} + \overline{AC} \times \overline{BD} = 50\sqrt{3}$

13. 設 O 為原點， $A(6, 0)$ 、 $B(0, 8)$ ，圓 $C: x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13 - a^2 = 0 (a > 0)$ ，若圓 C 與 $\triangle OAB$ 有 4 個交點，則 a 值可為下列哪些選項？

- (1) 2.5 (2) 3 (3) 3.5 (4) 4 (5) 5

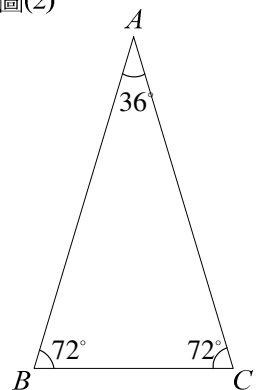
第貳部分：選填題(占 35 分)

A. 如圖(2)，有一塊三邊長為 6、8、10 公尺的直角三角形形狀的空地，今欲在此空地中蓋房子，房子地基為矩形，且此房子地基的一邊是在三角形斜邊上，則此地基的最大面積為_____平方公尺。



圖(2)

B. 如圖(3)， $\triangle ABC$ 為一等腰三角形， $\overline{AC} = 1$ ， $\overline{BC} = 2k$ ，則 $4k^3 + 6k^2 + 9k + 11$ 之值為_____。



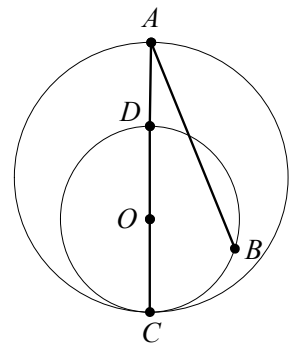
圖(3)

C. 已知 $2^{\log_x 81} = 3^{\log_y 16} = k$ 且 $\log_3 x + \log_2 y = 1$ ，則 $k =$ _____。

D. 小玉、小花等 5 位轉學生，要分到 A、B、C 三個班級，每班最多 3 人，則小玉、小花被分配到不同班級的方法有_____種。

E. 設 A、B 為樣本空間 S 中的兩事件， $P(B) = \frac{1}{3}$ ， $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ ，且 $P(A|B') = P(A)$ ，則 A、B 至少有一事件發生的機率為_____。(請化為最簡分數)

F. 如圖(4)，有兩個圓內切於 C 點，大圓半徑為 3，小圓半徑為 2，A 點為大圓上一點，B、D 兩點均在小圓上，若 $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{AB} = 5$ ，則 $\overline{BD} =$ _____。



圖(4)

G. 已知邊長為 3 的正 $\triangle ABC$ 中，P 為其內部一點，且 $\overrightarrow{CP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ ，則 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} =$ _____。(請化為最簡分數)

RA376 (臺中區國立高級中學 105 學年度學科能力測驗第一次聯合模擬考)

選擇題：1. (3) 2. (3) 3. (4) 4. (2) 5. (5) 6. (2) 7. (3)(4)(5) 8. (1)(3) 9. (1)(4)(5)
10. (1)(3)(4) 11. (1)(3)(4) 12. (1)(4)(5) 13. (1)(4)

選填題：A. 12 B. $10+2\sqrt{5}$ C. 1296 D. 150 E. $\frac{1}{2}$ F. $\frac{\sqrt{42}}{2}$ G. $-\frac{27}{16}$