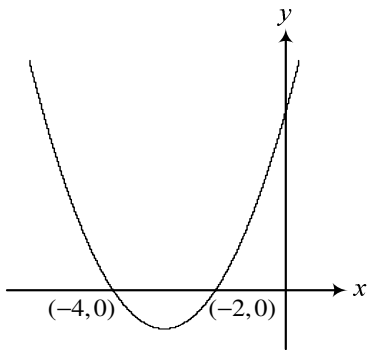




第三次聯合模擬考

第壹部分：選擇題(佔 65 分)

一、 單選題(占 30 分)

- 1.() 下列選項的數值中，請選出全距最大的選項。
 (1) $(0.5)^{-8}, (0.5)^{-9}, (0.5)^{-10}$ (2) $(0.5)^{-10}, (0.5)^{-11}, (0.5)^{-12}$
 (3) $(2.1)^8, (2.1)^9, (2.1)^{10}$ (4) $(2.1)^{10}, (2.1)^{11}, (2.1)^{12}$
 (5) $0.5 \times (2.1)^8, 0.5 \times (2.1)^{10}, 0.5 \times (2.1)^{12}$
- 2.() 目前國際使用芮氏規模來表示地震強度，設 $E(r)$ 為地震芮氏規模 r 時震央所釋放出來的能量。 r 與 $E(r)$ 的關係如下： $\log E(r) = 5.24 + 1.44r$ 。由此可知，地震規模增加 1，則釋放的能量增加約為原能量的 30 倍。近年來臺灣的兩次重大地震：1999 年南投集集地震芮氏規模 7.3，2016 年高雄美濃地震芮氏規模 6.6。試問 1999 年集集地震其震央所釋放出來的能量是 2016 年美濃地震震央所釋放出來的能量的多少倍？請選出最接近的數值。
 (1) 5 倍 (2) 10 倍 (3) 15 倍 (4) 20 倍 (5) 25 倍
- 3.() 已知 $f(x) = x^2 - x + 2016$ ，請選出下列各值中最小的選項。
 (1) $f(\cos 20\pi)$ (2) $f(\cos \frac{5\pi}{12})$ (3) $f(\cos \frac{10\pi}{12})$ (4) $f(\cos \frac{15\pi}{12})$ (5) $f(\cos \frac{20\pi}{12})$
- 4.() 在袋子中放入相同大小的 1 號球 2 顆，2 號球 3 顆，3 號球 4 顆，4 號球 5 顆，5 號球 6 顆。若隨機從袋中抽出 2 顆球，2 顆球號碼不同的機率為 p ，請選出與數值 p 最接近的選項。
 (1) 0.9 (2) 0.8 (3) 0.5 (4) 0.2 (5) 0.1
- 5.() 設 $a、b、c$ 為實數，圖(1)為 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形。
 關於聯立方程式 $\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 = c^2 \\ x+y+c=0 \end{cases}$ 的解，
 請選出正確的選項。
 (1) 無實數解 (2) 恰有 1 個實數解
 (3) 恰有 2 個相異實數解
 (4) 可能為 1 個或 2 個相異實數解
 (5) 無法判斷
- 

圖(1)
- 6.() 設 $\langle b_n \rangle$ 為一等比數列，其中 $b_n = (\sqrt{2})^{a_n}$ 。已知數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 10 項和為 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 90$ ，前五個奇數項和為 $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = 40$ ，請選出數列 $\langle b_n \rangle$ 的前 10 項和 $S_{10} = \sum_{k=1}^{10} b_k$ 的範圍。
 (1) $S_{10} < 500$ (2) $500 < S_{10} < 1000$ (3) $1000 < S_{10} < 1500$
 (4) $1500 < S_{10} < 2000$ (5) $S_{10} > 2000$

二、多選題(占 35 分)

7.() 已知 $f(x)$ 為實係數四次多項式，最高次項係數為 1，且 $f(1)=0$ ， $f(1+i)=0$ ， $f(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為 15，請選出正確的選項。

- (1) $2016x-2016$ 為 $f(x)$ 的一個因式 (2) $f(-1-i)=0$
 (3) 平面上 $y=f(x)$ 的圖形和 x 軸恰有兩個相異交點
 (4) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x+1)$ 的餘式為 $-10(x+1)+15$
 (5) 可找到 2 個以上整數值 n 滿足 $f(n)<0$

8.() 若存在實數 x 使得 $|x|+|x-1|=k$ ，則實數 k 的可能值為何？

- (1) $\log_2 3$ (2) $2^{0.5}$ (3) $\sqrt{12-4\sqrt{8}}$ (4) $\tan 50^\circ$ (5) $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$

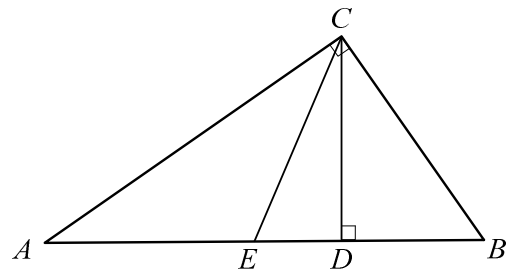
9.() 班上 50 個學生參加科目 A、B 的能力測驗，各科分數計算均為 0 分至 100 分。已知科目 A 的平均成績為 60 分，標準差為 15 分；已知科目 B 的平均成績為 k 分，標準差為 12 分。

由最小平方法得到科目 B 對科目 A 的迴歸直線為 $y = \frac{3}{4}x + 17$ ，請選出正確的選項。

- (1) 全班約有 25 人科目 A 的分數低於 60 分
 (2) 由標準差可知科目 A 的全距一定大於科目 B 的全距
 (3) $k > 60$ (4) 科目 A 與科目 B 的相關係數小於 0.8
 (5) 已知班上的小櫻同學在科目 A 得到 72 分，則利用迴歸直線可知其科目 B 成績一定為 71 分

10.() 如圖(2)， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ，點 E 在 \overline{AB} 上，請選出正確的選項。

- (1) $\cos \angle ACD = \frac{4}{5}$
 (2) 若 E 為 \overline{AB} 中點，則 $\sin \angle CEB : \sin \angle ECB = 6 : 5$
 (3) 若 E 為 \overline{AB} 中點，則 $\sin \angle CEB = \frac{24}{25}$
 (4) 若 \overline{CE} 為 $\angle ACB$ 的角平分線，則 $\overline{CE} = \frac{12\sqrt{2}}{7}$
 (5) $(\triangle ACE \text{ 外接圓半徑}) : (\triangle BCE \text{ 外接圓半徑}) = 4 : 3$

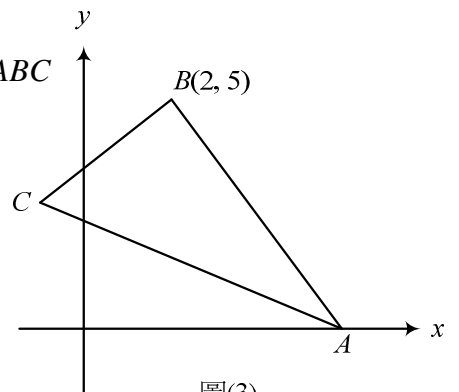


圖(2)

11.() 如圖(3)所示，已知不等式 $\begin{cases} x+3y \geq 5 \\ ax+y \leq 3 \\ 5x+3y \leq b \end{cases}$ 的可行解區域為 $\triangle ABC$

(含邊界)，請選出正確的選項。

- (1) $a > 0$
 (2) $b > 0$
 (3) 直線 BC 的斜率小於 1



圖(3)

- (4) 若 $P(x, y)$ 滿足不等式，則 $2x - y$ 最小值為 -4
 (5) 若加入第四個條件 $3x + y \leq 7$ ，則可行解區域變為四邊形

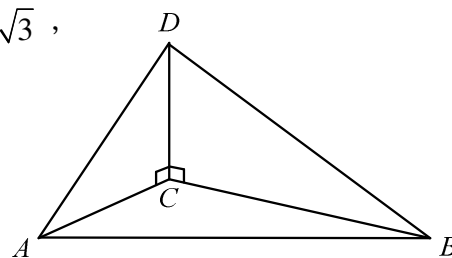
12. () 坐標平面上 O 為原點，設 $\vec{u} = (1, 2)$ ， $\vec{v} = (4, 2)$ 。令 Ω 為滿足 $\vec{OP} = x\vec{u} + y\vec{v}$ 的所有點 P 所形成的區域，其中 $1 \leq x \leq 2$ ， $a \leq y \leq 1$ ， $a < 1$ 。請選出正確的選項。

- (1) \vec{u} 和 \vec{v} 的夾角小於 60° (2) 由 \vec{u} 和 \vec{v} 所決定的平行四邊形面積為 8
 (3) 當 $a < -\frac{1}{4}$ ， Ω 的圖形通過第二象限 (4) 當 $a = 0$ ， Ω 的圖形為一菱形
 (5) 當 $a = -1$ ， Ω 的圖形面積小於 15

13. () 地面上有一高塔，塔底為 C ，塔頂為 D ，如圖(4)所示。若從地面上 A 、 B 兩點測得塔頂的仰角分別為 θ 、 $\frac{\theta}{2}$ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)，已知 $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{BD} = 8\sqrt{3}$ ，

$\cos \angle ADB = \frac{5\sqrt{3}}{12}$ ，請選出正確的選項。

- (1) $\sin \theta > 0.8$ (2) 塔高 $\overline{CD} < 6$
 (3) 線段 $\overline{AB} < 8$ (4) $\angle ACB > 90^\circ$
 (5) $\triangle ABC$ 面積大於 $8\sqrt{3}$



圖(4)

第貳部分：選填題(占 35 分)

A. 已知 n 為正整數， a 、 b 為實數， $(a + b)^n = \sum_{r=0}^n C_r^n a^r b^{n-r}$ 。若 $(\frac{x}{2} - \frac{2}{x})^6$ 展開式中 x^k 項的係數最大，則 k 值為_____。

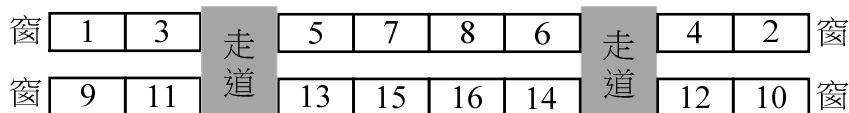
B. 平面坐標上， O 為原點，直線 $L_1: a_1x + b_1y = 1$ 與 $L_2: a_2x + b_2y = 1$ 為平行兩直線。若 $A(a_1, b_1)$ 與 $B(a_2, b_2)$ 為圓 $x^2 + y^2 = 4$ 上相異兩點，則內積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} =$ _____。

C. 平面坐標上， O 為原點，已知點 C 為 \overline{AB} 中點，且 $A[2, \theta_1]$ ， $B[4, \theta_2]$ ， $\cos \theta_1 = \frac{3}{5}$ ， $0^\circ < \theta_1 < \theta_2 < 180^\circ$ 。若 $\angle AOB = 90^\circ$ ，則點 C 的直角坐標為_____。

D. 甲、乙、丙三個人玩遊戲，開始時，甲、乙兩人坐著，丙站著。每輪遊戲恰有一個人由站著變成坐著或由坐著變成站著。已知在第 4 輪的遊戲結束後，甲、乙、丙三人均站著。例如：第 1 輪甲變成站著(乙還是坐著，丙站著)，第 2 輪乙變成站著(甲、乙、丙都站著)，第 3 輪丙變成坐著，第 4 輪丙變成站著，為其中一種情形。試問第 1 輪到第 4 輪的遊戲操作有_____種不同情形。

E. 已知 n 為正整數，多項式 $x^n = (3x+2)^n \cdot a + r(x)$ ， a 為實數。令 x^n 除以 $(3x+2)^n$ 所得餘式 $r(x)$ 的常數項為 r_n ，則滿足 $|10 \times r_n| < 1$ 的最小正整數 n 為_____。

F. 某公司的客機經濟艙全部有 200 個座位，當中有兩個走道，走道之間每排有 4 個位置，而走道外側每排各有兩個座位，為了方便乘客找到自己的位置，奇數號的位置在一邊，偶數號的位置在另一邊(如圖(5))。已知乘客賈先生座位號碼為 10 的倍數的條件下，其坐在靠窗位置的條件機率為_____。(化為最簡分數)



圖(5)

G. 已知 $\vec{OA} = (a, b)$ ， $|\vec{OA}| = 5\sqrt{2}$ ， $\vec{OB} = (12, 12)$ ，若行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 8$ ，則 \vec{OA} 在 \vec{OB} 上的正射影為_____。

RA375 全國公私立高級中學 105 學年度學科能力測驗第三次
聯合模擬考 參考答案

第壹部分：選擇題

1.(4) 2.(2) 3.(5) 4.(2) 5.(1) 6.(3) 7.(1)(3) 8.(1)(2)(4)
9.(3) 10.(2)(3)(5) 11.(2)(4) 12.(1)(3)(5) 13.(1)(5)

第貳部分：選填題

A. -6 B. -4 C. (-1,2) D. 20 E. 6 F. $\frac{1}{4}$ G. $\pm(3,3)$