

106 學年度全國高級中學第二次學科能力測驗



RA273

第壹部分：選擇題(占 65 分)

一、 單選題(占 35 分)

1. 化簡根式 $\frac{\sqrt{10}+1}{10\sqrt{10}+10+\sqrt{10}} \div \frac{1}{100-\sqrt{10}} = ?$

- (1) $7\sqrt{10}$ (2) $8\sqrt{10}$ (3) $9\sqrt{10}$ (4) 8 (5) 9

2. 設等比數列 $\{a_n\}$ 的各項均為正數，且 $a_3 a_{13} + a_8^2 = 200$ ，則 $\sum_{k=1}^{15} \log a_k = ?$

- (1) 14 (2) 15 (3) 16 (4) 17 (5) 18

3. 設函數 $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-4x+104}}$ 的最大值為 M ，則 M 化為小數後，小數點後第幾位才開始出現部為 0 的數字？ (1) 9 (2) 10 (3) 4 (4) 5 (5) 6

4. 將學生甲、乙、丙、丁四人任意分配到 A、B、C 三個班級，已知每個班至少分到一名學生的條件下，試問甲與乙分到不同班級的機率為何？

- (1) $\frac{5}{6}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{3}$ (5) $\frac{1}{6}$

5. 已知 x 與 y 的 6 筆數據如右表，利用最小平方方法，求得 y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = a + bx$ ，則 $a + b = ?$

x	-3	-1	1	2	3	4
y	23	15	17	24	21	14

- (1) 19 (2) 20 (3) 21 (4) 9 (5) 10

6. 不等式 $(x-1)^2 < |x-1|$ 的解為何？

- (1) $x < 2$ (2) $x < 1$ 或 $1 < x < 2$ (3) $0 < x < 2$
 (4) $0 < x < 1$ 或 $1 < x < 2$ (5) $x < 0$ 或 $0 < x < 1$ 或 $1 < x < 2$

7. 有標號分別為 1, 2 的紅色卡片 2 張，標號分別為 1, 2 的綠色卡片 2 張，及標號分別為 1, 2 的藍色卡片 2 張。現將全部 6 張卡片放在 2 列 3 行的格子內(如右圖所示)，每格放置 1 張。若同一列的卡片顏色均不相同，且每一行的卡片顏色也均不相同，則有幾種不同放置卡片的方法？ (1) 10 種 (2) 11 種 (3) 12 種 (4) 88 種 (5) 96 種

二、 多選題(占 30 分)

8. 某校數學研究社由 4 名男生及 2 名女生組成。現從其中任意選取兩人去參加數學科展競賽，請選出正確敘述的選項。

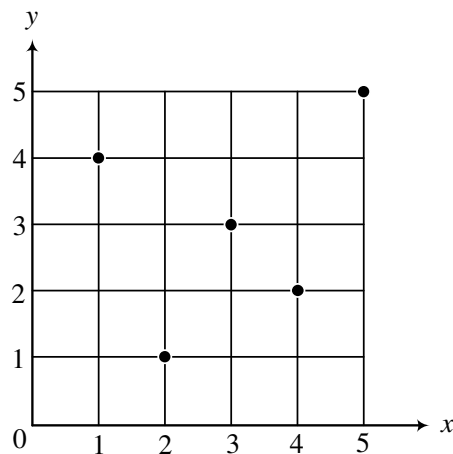
- (1) 參賽的兩人中「至少有 1 名女生」的機率小於 $\frac{1}{2}$
 (2) 參賽的兩人中「恰有 1 名女生」的機率大於「全是男生」的機率
 (3) 參賽的兩人中「恰有 1 名男生」的事件與「恰有 1 名女生」的事件為獨立事件
 (4) 參賽的兩人中「至少有 1 名男生」的事件與「至少有 1 名女生」的事件為互斥事件
 (5) 參賽的兩人中「全是男生」的事件與「全是女生」的事件為相關(相依)事件

9. 已知罹患某疾病的機率為 0.01，今有一針對此疾病的檢測法，已知真正患病者被檢驗為患病的機率為 0.9，未患病者被檢驗為患病的機率為 x ，請選出使此檢驗法滿足「被檢驗為患病者中，真正患病的機率大於 0.75」可能的 x 值。
 (1) 0.03 (2) 0.033 (3) 0.003 (4) 0.0033 (5) 0.0003
10. 某次比賽中，七位裁判給予某選手的成績均不相同，且七位裁判給予成績的平均數為 μ 、標準差為 σ 。為了避免偏激裁判影響選手成績，今將七位裁判中最高分與最低分去掉，所剩五位裁判給予成績的平均數為 μ' ，標準差為 σ' ，請選出可能成立的選項。
 (1) $\mu < \mu'$ (2) $\mu = \mu'$ (3) $\mu > \mu'$ (4) $\sigma > \sigma'$ (5) $\sigma < \sigma'$
11. 設 $a > 1 > b > 0$ 且 $c < 0$ ，關於下列不等式，請選出正確敘述的選項。
 (1) $a - b > b - c$ (2) $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$ (3) $b^c > a^c$
 (4) $(-c)^a > -c > (-c)^b$ (5) $\log_b(a - c) > \log_a(b - c)$
12. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的一般項為 $a_n = (2 + \sqrt{3})^n + (2 - \sqrt{3})^n$ ，其中 n 為正整數，則下列選項哪些正確？
 (1) $a_2 = 14$ (2) $a_3 = 48$ (3) 對於任意正整數 n ， a_n 均為正偶數
 (4) 對於任意正整數 n ， $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$
 (5) 對於任意正整數 n ， $a_n - 1$ 為 $(2 + \sqrt{3})^n$ 的整數部分
13. 已知二次函數 $y = f(x)$ 的最大值為 $f(1) = 15$ ，且方程式 $f(x) = 0$ 的兩根平方和為 5，請選出正確敘述的選項。
 (1) 多項式 $f(x)$ 的 x^2 項係數為 -10 (2) 多項式 $f(x)$ 除以 $(x - 2)^2$ 的餘式為 5
 (3) 方程式 $f(x) = 0$ 的兩根為相異無理數 (4) 方程式 $f(x) = 0$ 的兩根立方和為有理數
 (5) 若 $f(x_1) = f(x_2)$ 且 $x_1 \neq x_2$ ，則 $x_1 + x_2 = 1$

第貳部分：選填題(占 35 分)

- A. 設 S_n 為等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的首 n 項和，若 $\frac{S_3}{S_6} = \frac{1}{3}$ ，則 $\frac{S_6}{S_{12}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)
- B. 某計算機上有一個特殊的按鍵，在計算機顯示正整數 n 時按下這個按鍵，會隨機地將其替換成 0 到 $n - 1$ 中的任意一個整數。如果一開始時計算機上顯示 12，則連續按兩次後計算機上會顯示 9 的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)
- C. 設 x 、 y 為非負實數且滿足 $xy = 100$ ，已知 $x + ay$ 在 $x = 40$ 時有最小值，則常數 a 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- D. 若實係數方程式 $x^5 + x^4 + x^3 + px^2 + 2x + q = 0$ 有虛根 $\frac{-1 + \sqrt{7}i}{2}$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ ，則 $p - q = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

E. 右圖為 5 個資料點的散佈圖，請問 x 與 y 的相關係數為 _____。



F. 設集合 $A = \{x, y, z\}$ ， $B = \{x^2, y^2, z^2\}$ ，其中 x, y, z 為非負整數。
若 $A = B$ ，則序組 (x, y, z) 共有 _____ 種不同的可能性。

G. 級數 $\frac{2^2}{1} + \frac{2^2 + 4^2}{2} + \frac{2^2 + 4^2 + 6^2}{3} + \dots + \frac{2^2 + 4^2 + \dots + 16^2}{8}$ 的和為 _____。(化為最簡分數)

RA273 106 學年度全國高級中學第二次學科能力測驗
參考答案

第壹部分：選擇題

1.(5) 2.(2) 3.(4) 4.(1) 5.(1) 6.(4) 7.(5) 8.(2)(5) 9.(3)(5)
10.(1)(2)(3)(4) 11.(2)(3) 12.(1)(3)(5) 13.(1)(3)(4)

第貳部分：選填題

A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{7}{440}$ C. 16 D. -5 E. 0.3 F. 8 G. $\frac{1048}{3}$