

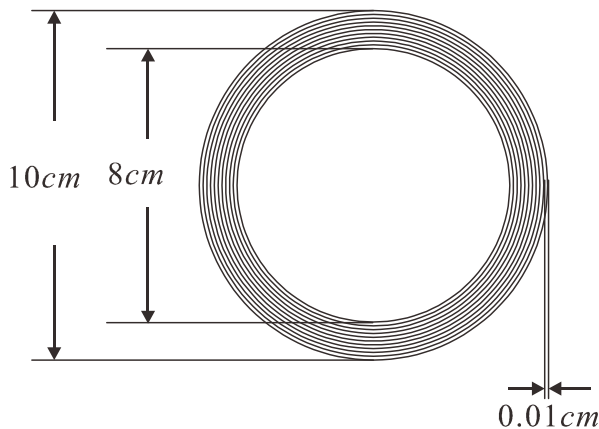
臺北區高中 106 學年度高三上第一次學測模擬考

第壹部分：選擇題



一、單選題

1. 設 $a = 9^3\sqrt{3}$, $b = 27\sqrt[3]{3}$, $c = 9\sqrt[5]{729}$, 則 a 、 b 、 c 的大小順序為下列哪一個選項？
(1) $a > b > c$ (2) $a > c > b$ (3) $b > a > c$ (4) $c > a > b$ (5) $b > c > a$ 。
2. 一袋中有大小相同的黑球、白球與紅球共 10 個，每球被取得的機會均等。
已知從袋中任意取出一球，得到黑球的機率為 $\frac{2}{5}$ ，從袋中任意取出 2 個球，至少取得一個白球的機率為 $\frac{7}{9}$ ，則袋中白球的個數為多少？
(1) 2 個 (2) 3 個 (3) 4 個 (4) 5 個 (5) 6 個。
3. 方程式 $|2x - |x - 1|| = 5$ 的所有根之和為多少？(1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{8}{3}$ (3) $\frac{14}{3}$ (4) 8 (5) 10。
4. 假設 n 為自然數，且滿足不等式
$$1 + 10^{\log\frac{9}{8}} + \left(10^2\right)^{\log\frac{9}{8}} + \left(10^3\right)^{\log\frac{9}{8}} + \dots + \left(10^{n-1}\right)^{\log\frac{9}{8}} > 792$$
，
則 n 的最小值為多少？(1) 36 (2) 37 (3) 38 (4) 39 (5) 40。
5. 若整係數方程式 $x^3 - 10x^2 + ax + b = 0$ 有 3 個正整數根，則 b 有多少種可能值？
(1) 2 種 (2) 6 種 (3) 7 種 (4) 8 種 (5) 36 種。
6. 市面上所販賣的膠帶都是繞在卷軸上，以整卷的方式出售，如下圖所示。今有一卷膠帶卷軸的直徑為 8 cm ，膠帶的厚度為 0.01 cm ，整卷膠帶的直徑為 10 cm ，若卷軸的厚度不計，則此卷膠帶的總長度最接近下列哪個選項？
(1) 2500 cm (2) 2650 cm (3) 2800 cm (4) 2950 cm (5) 3100 cm 。



二、多選題

7. 已知多項式函數

$$f(x) = -\frac{1}{3}(x-2)(x-3)(x-4) + \frac{5}{2}(x-1)(x-3)(x-4) - 5(x-1)(x-2)(x-4) + \frac{17}{6}(x-1)(x-2)(x-3)$$

，請選出正確的選項：

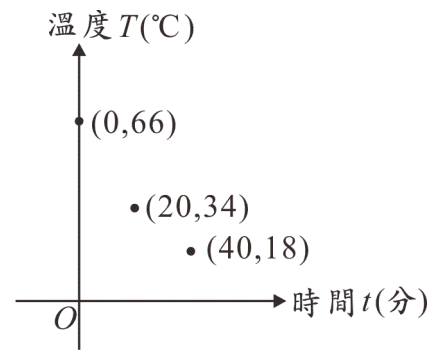
- (1) $f(1) = 2$ (2) $f(0) = 1$ (3) $f(-1) = -2$ (4) $f(-i) = -f(i)$ ($i = \sqrt{-1}$)
- (5) $f(x)$ 為三次多項式函數。

8. 設 $f(x) = x^{2n} (x^2 + ax + b)$ ， n 為自然數，若 $f(x)$ 除以 $(x-3)^2$ 的餘式為 $3^{2n} (x-3)$ ，試問下列哪些選項是正確的？
- (1) $f(3) = 0$ (2) $a = 1$ (3) $b = 6$ (4) $f(x) = 0$ 恰有 $2n$ 個實根
(5) $f(x)$ 的圖形與 x 軸只有三個相異的交點。
9. 方程式 $2^{x-a} + b = 2^x$ ，其中 a 與 b 為非零的實數，請選出可能的正確選項：
- (1) 若 $a > 0$ 且 $b > 0$ ，則此方程式有實根 (2) 若 $a > 0$ 且 $b < 0$ ，則此方程式有實根
(3) 若 $a < 0$ 且 $b > 0$ ，則此方程式有實根 (4) 若 $a < 0$ 且 $b < 0$ ，則此方程式有實根
(5) 若此方程式有實根，則實根必只有一個。
10. 設 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 為一實數數列，且對所有的正整數 n 滿足 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + na_n = n^2 + 3n + 1$ ，試問下列哪些選項是正確的？
- (1) 此數列中的每一項都是正數 (2) 當 $i < j$ 時，則 $a_i \leq a_j$
(3) 此數列中的每一項都大於 2 (4) 此數列中為整數的項有無限多個
(5) $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_n$ 為定值 (n 為正整數)。
11. 將 7 名高三學生今年學測的數學成績，由小到大依序排列，得出此 7 人的數學成績中位數為 12 級分，而唯一的眾數是 10 級分，關於此 7 人學測的數學成績，下列哪些選項是正確的？
- (1) 此 7 名學生數學成績全距之最小值為 3 級分
(2) 當數學成績全距為最小值時，此 7 名學生數學級分只有 3 種相異的分數
(3) 當數學成績全距為最小值時，此 7 名學生數學級分的可能組合只有一種
(4) 當數學成績全距為最小值時，此 7 名學生數學級分的平均值高於中位數
(5) 當數學成績全距為最小值時，此 7 名學生數學級分的標準差小於 2 級分。
12. 有 30 筆數據 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_{30}, y_{30})$ ，
其中 $\sum_{i=1}^{30} x_i = 1800$ ， $\sum_{i=1}^{30} y_i = 2100$ ， x 與 y 相關係數為 0.9，
且 y 對 x 的迴歸直線過點 $(20, 40)$ ，試問下列哪些選項是正確的？
- (1) 迴歸直線的斜率為 0.9 (2) x 的標準差大於 y 的標準差 (3) 迴歸直線過點 $(30, 50)$
(4) 若 $u_i = 4x_i + 6$ ， $v_i = -6y_i + 20$ ($i = 1, 2, 3, \dots, 30$)，則 u 與 v 的相關係數為 0.9
13. 根據美國一項對於國民罹患癌症死亡的病例研究報告指出，肝癌是亞裔美國人罹患癌症的死亡主因之一；而導致肝癌的其中一個重大因素，就是 B 型肝炎病毒，而 B 型肝炎病毒更可以透過體液傳播，美國一半的 B 型肝炎帶原者都是亞裔，比其他種族高危險。華埠醫療中心醫生表示，B 型肝炎在亞洲非常普遍，尤其是透過母體傳染給嬰兒，不少亞裔新移民亦將 B 型肝炎病毒一同「移民」到美國，現在每 12 個亞裔就有 1 個帶有 B 型肝炎病毒。而且雖然亞裔人口只占美國人口的 5%，但全美國 B 型肝炎帶原者中亞裔就占 50%，比例相當高。根據上述研究報告內容，請選出正確的選項：
- (1) 亞裔的肝癌患者人數高於非亞裔的肝癌患者人數
(2) 亞裔 B 型肝炎帶原者之人數與非亞裔 B 型肝炎帶原者之人數相當
(3) 亞裔 B 型肝炎帶原者之比率為非亞裔 B 型肝炎帶原者之比率的 19 倍
(4) 隨機選取一個非亞裔驗血，此人為 B 型肝炎帶原者的機率高於 5%
(5) 隨機選取一人驗血，檢驗結果不是 B 型肝炎帶原者，則此人為亞裔的機率是 50%。

第貳部分：選填題

- A. 將 6 位轉學生隨機分發到 A、B、C 三個班級，其中 A 班分 1 位、B 班分 2 位、C 班分 3 位，則甲、乙兩位轉學生分到相同班級有_____種分法。

- B. 將一杯熱咖啡放入冰箱的冷藏室，記錄冷藏時間與咖啡的溫度得到右圖的數據，已知咖啡的溫度 T 與冷藏時間 t 的關係為 $T(t) = A \cdot 2^{\alpha t} + k$ ，其中 A 、 α 、 k 都是常數，倘若這杯咖啡溫度要降到 4°C ，冷藏時間大約要 m 分鐘，則 $m =$ _____。
(四捨五入取至整數)



- C. 我們可以將正整數 n 寫成一個或多個正整數的和，同時將不同的順序視為不同的方式。例如： $3 = 2 + 1 = 1 + 2 = 1 + 1 + 1$ ，則 3 有四種不同的相加方式。如上所述，試問 12 有 _____ 種不同的相加方式。

- D. N 為正整數，定義 $[\log_3 N]$ 為 $\log_3 N$ 的整數部分，試求 $\sum_{x=1}^{100} [\log_3 x] =$ _____。

- E. 已知 $a = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}}$ ， $b = \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$ ，求 $a^2 + b^2 =$ _____。

- F. 已知三次函數 $f(x) = 2x^3 - 2017x^2 - 106x + 5$ ，設 a 、 b 、 c 為三個相異實數，若 $g(x) = 3 \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + 3 \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + 3 \frac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)}$ ，且 $f(a) = g(a)$ ， $f(b) = g(b)$ ， $f(c) = g(c)$ ，則 $abc =$ _____。

- G. 阿明參加同樂會摸彩，摸彩箱中有 15 支籤，其中有一支籤獎金金額為 1000 元，有兩支籤獎金金額為 500 元，有三支籤獎金金額為 300 元，有四支籤獎金金額為 100 元，另外五支籤為「銘謝惠顧」。摸彩規則如下：每次限抽一支籤，若抽中有獎金的籤，可獲得籤上所標示的獎金金額，若抽中「銘謝惠顧」的籤，則不放回箱中並繼續摸彩，直到抽中有獎金的籤為止，但是得獎的金額必須減半，例如：抽中兩支「銘謝惠顧」後才抽中 1000 元的話，則可獲得 500 元的獎金，請問根據此規則，阿明獲得獎金超過 310 元的機率為 _____。(化為最簡分數)

RA272 臺北區高中 106 學年度高三上第一次學測模擬考
參考答案

第壹部分：選擇題

1.(1) 2.(4) 3.(2) 4.(5) 5.(4) 6.(3) 7.(1)(2) 8.(1)(3)(5)
9.(1)(4)(5) 10.(1)(3) 11.(1)(2)(3)(5) 12.(2)(5) 13.(2)(3)

第貳部分：選填題

A. 16 B. 100 C. 2048 D. 284 E. 3 F. -1 G. $\frac{7}{30}$