

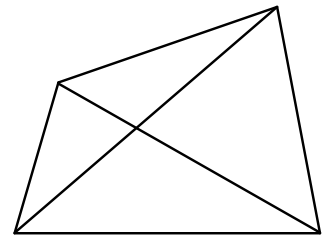


第二次聯合模擬考

第壹部分：選擇題(佔 65 分)

一、 單選題(占 30 分)

- 1.( ) 蟋蟀是會隨著周遭溫度改變體溫的變溫動物，當溫度升高時，蟋蟀翅膀的摩擦速度會變快，所以固定時間內的鳴叫次數也會增加。科學家發現將蟋蟀 13.5 秒內鳴叫的次數，加上 41 所得的數字，就是目前的華氏溫度，即  $f(t)=13.5t+41$ ，其中  $t$  為蟋蟀每秒鳴叫的次數， $f(t)$  為目前的華氏溫度。例如： $t=2$  時， $f(2)=13.5 \times 2+41=68$ ，即當蟋蟀每秒鳴叫 2 次時的華氏溫度為 68 度。若另有一個函數  $g(t)=at+b$ ，其中  $t$  為蟋蟀每秒鳴叫的次數， $g(t)$  為目前的攝氏溫度。請問  $a+b$  之值為下列哪一個選項？(已知攝氏溫度=(華氏溫度  $-32$ ) $\times\frac{5}{9}$ ) (1) 12.5 (2) 13.5 (3) 14.5 (4) 15.5 (5) 16.5
- 2.( ) 設  $f(x)=x^4-22x^2+36x+40$ ，且  $f(3-i)=0$ ，請問滿足  $f(x)<0$  的整數解有幾個？(1) 3 個 (2) 4 個 (3) 5 個 (4) 6 個 (5) 7 個
- 3.( ) 若  $a+\log_3 5$ 、 $a+\log_9 5$ 、 $a+\log_{27} 5$  三數成等比，則公比為下列哪一選項？(1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\frac{1}{3}$  (3) 1 (4) 2 (5) 3
- 4.( ) 若  $S_n=1+(1+2)+(1+2+2^2)+\dots+(1+2+\dots+2^{n-1})$ 。則  $S_{10}$  之值為下列哪一選項？(1) 4073 (2) 4077 (3) 4080 (4) 4083 (5) 4086
- 5.( ) 使用 3 種不同的顏色塗圖(1)，每區域只能塗一色，規定相鄰區塊必須異色，且 3 種顏色都必須使用。求所有塗色的方法數有幾種？(1) 6 (2) 12 (3) 18 (4) 24 (5) 27



圖(1)

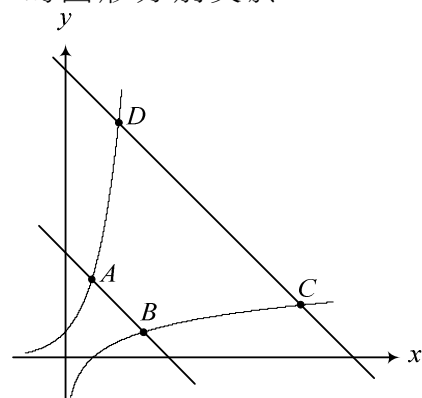
- 6.( ) 已知有一組二維數據  $(x_i, y_i)$ ， $i=1,2,\dots,n$ 。滿足  $\mu_x=12$ ， $\mu_y=8$ ， $\sigma_x=3$ ， $\sigma_y=5$ 。若此二維數據的迴歸直線方程式為  $y-\mu_y=m(x-\mu_x)$ ，則斜率  $m$  的範圍為下列哪一選項？(1)  $-1 \leq m \leq 1$  (2)  $-3 \leq m \leq 3$  (3)  $-5 \leq m \leq 5$  (4)  $-\frac{3}{5} \leq m \leq \frac{3}{5}$  (5)  $-\frac{5}{3} \leq m \leq \frac{5}{3}$

二、 多選題(占 35 分)

- 7.( ) 設  $a, b, c, d, e$  皆為正整數，多項式  $f(x)=x^3+ax^2+bx+26$ ， $g(x)=x^4+cx^3+dx^2+ex+65$ 。若  $\alpha, \beta$  為兩相異整數，滿足  $f(\alpha)=f(\beta)=g(\alpha)=g(\beta)=0$ 。請選出正確的選項。(1)  $f(x)=0$  恰有 3 個整數解 (2)  $g(x)=0$  恰有 2 個整數解 (3)  $g(x)=0$  恰有 4 個整數解 (4)  $\alpha+\beta=-14$  (5)  $a=16$

8.( ) 如圖(2)，四個函數  $y=3^x$ ， $y=\log_3 x$ ， $y=4-x$ ， $y=11-x$ 的圖形分別交於  $A$ ， $B$ ， $C$ ， $D$  四點。請選出正確的選項。

- (1) 四邊形  $ABCD$  是等腰梯形  
 (2) 四邊形  $ABCD$  恰有一條對稱軸  $x+y=0$   
 (3) 四邊形  $ABCD$  的周長為  $9\sqrt{2}+12$   
 (4) 四邊形  $ABCD$  的面積為  $\frac{63}{2}$   
 (5) 若  $m_{AB}$  表示  $A$ ， $B$  兩點的斜率，則  $m_{AD} \times m_{BC} = 1$



圖(2)

9.( ) 將 8 個不同的獎品，依下列各種情況分配：

- 第一種情形：平分成四堆，共有  $a$  種分配方法。  
 第二種情形：平分給甲、乙、丙、丁四人，共有  $b$  種分配方法。  
 第三種情形：依 4 個、2 個、2 個分成三堆，共有  $c$  種分配方法。  
 第四種情形：依甲分到 4 個，乙、丙二人各分得 2 個，共有  $d$  種分配方法。  
 第五種情形：分給甲、乙、丙三人，只知道其中一人得 4 個，另二人各得 2 個，共有  $e$  種分配方法。

請選出正確的選項。

- (1)  $a=630$  (2)  $b=23a$  (3)  $c=210$  (4)  $d=2c$  (5)  $e=3c$

10.( ) 有 4 張紅色紙牌，6 張白色紙牌，任意疊成一堆。今從上到下逐一取牌設取到第  $k$  張牌時恰為第 4 張紅色牌的機率為  $P_k$ 。請選出正確的選項。

- (1)  $P_3=0$  (2)  $P_4=\frac{1}{210}$  (3)  $P_{10}=\frac{2}{5}$  (4)  $\sum_{k=4}^7 P_k = \frac{1}{3}$  (5)  $\sum_{k=1}^{10} P_k = 1$

11.( ) 設  $A$ 、 $B$  為樣本空間  $S$  中的事件， $A'$ 、 $B'$  為餘事件，且  $P(A)=\frac{1}{3}$ ， $P(A \cup B)=\frac{3}{4}$ 。請選出正確的選項。

- (1) 若  $A$ 、 $B$  為獨立事件，則  $P(B)=\frac{5}{12}$  (2) 若  $A$ 、 $B$  為獨立事件，則  $P(A|B)=\frac{1}{3}$   
 (3) 若  $A$ 、 $B$  為獨立事件，則  $P(B|A)=\frac{5}{8}$  (4) 若  $A$ 、 $B$  為互斥事件，則  $P(B)=\frac{5}{12}$   
 (5) 若  $A$ 、 $B$  為互斥事件，則  $P(B'|A)=1$

12.( ) 表(1)是小靜在 8 年級至 12 年級間，每學年數學成績與英文成績的成績統計：請根據這張表選出正確的選項。

- (1) 兩變量  $X$ 、 $Y$  的相關係數為  $-\frac{\sqrt{10}}{4}$   
 (2) 將兩變量  $X$ 、 $Y$  標準化後得到新的變量  $X'$ 、 $Y'$ ，則  $X'$ 、 $Y'$  的相關係數比  $X$ 、 $Y$  的相關係數大  
 (3)  $Y$ 、 $Z$  的相關係數與  $Z$ 、 $Y$  的相關係數相同  
 (4) 兩變量  $Y$ 、 $Z$  為負相關  
 (5) 由表(1)可知小靜的數學學習一直在退步

表(1)

年級(X)	數學成績(Y)	英文成績(Z)
8	85	93
9	80	93
10	79	84
11	77	80
12	79	82

13.( ) 關於下列各實數數列。請選出正確的選項。

(1) 數列  $\langle a_n \rangle$  之前  $n$  項的和  $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 3n^2 - 5$ ，則  $\langle a_n \rangle$  為等差數列

(2) 數列  $\langle b_n \rangle$  之前  $n$  項的和  $S_n = b_1 + b_2 + \cdots + b_n = n^2 + 2n$ ，則  $\langle b_n \rangle$  為等差數列

(3) 數列  $\langle c_n \rangle$  滿足  $c_1 = \sqrt{2}$  且  $c_{n+1} = 2^n \cdot c_n$ ， $n$  為正整數，則  $c_n = 2^{\frac{n^2-n+1}{2}}$

(4) 數列  $\langle d_n \rangle$  滿足  $d_1 = 3$  且  $d_{n+1} = d_n + (3n+2)$ ， $n$  為正整數，則  $d_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{1}{2}n + 1$

(5) 數列  $\langle e_n \rangle$  滿足  $e_1 = 3$  且  $e_{n+1} = \frac{1}{2}e_n + 3$ ， $n$  為正整數，則  $e_n = 4 - \frac{1}{2^{n-1}}$

### 第貳部分：選填題(占 35 分)

A. 在數線上有四個點  $A(11)$ 、 $B(12)$ 、 $C(90)$ 、 $D(91)$ ，若點  $P(x)$  到  $A$ 、 $B$  兩點的距離和與點  $P(x)$  到  $C$ 、 $D$  兩點的距離和相等，即  $|x-11| + |x-12| = |x-90| + |x-91|$ ，則  $x$  之值為\_\_\_\_\_。

B. 已知  $x = \sqrt{2} + 1$ ，則  $\log_{\frac{1}{4}}(x^4 - x^3 - 2x^2 - 3x + 7)$  之值為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

C. 小冠買了一台最大只能計算到 50 位數的計算機。一日小冠閒來無事，用計算機去算 6 的  $n$  次連乘積，即  $6^n$  的值， $n$  為正整數。在計算機能計算的前提下(即  $6^n < 10^{50}$ )，求  $n$  的最大值為\_\_\_\_\_。

D. 已知  $a$  為實數，高斯符號  $[a]$  表示不大於  $a$  的最大整數，例如： $[2.3] = 2$ ， $[4] = 4$ 。則  $\sum_{k=1}^{105} [\sqrt{k}] =$ \_\_\_\_\_。

E. NBA 總冠軍戰採 7 戰 4 勝制(先獲得 4 場勝利者，即為總冠軍)。今有詹詹隊與柯柯隊爭奪總冠軍。已知兩隊實力相當，且前一戰勝負，不會影響下一戰的勝負。若比賽到第 7 戰才產生總冠軍隊，小亞猜測兩隊在前 4 戰的戰績各為 2 勝 2 敗，請問小亞猜對的機率為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

F. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為實數且這 3 個數的算數平均數為  $\mu$ ，標準差為  $\sigma$ 。若加入 11、13、13、19 這 4 個數之後， $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、11、13、13、19 這 7 個數的算術平均數亦為  $\mu$ ，標準差亦為  $\sigma$ ，則  $\mu + \sigma =$ \_\_\_\_\_。

G. 已知  $a_1, a_2, a_3 \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ ，且  $a_1 \neq 0$ ，設  $a_1 a_2 a_3$  為一個三位數，我們可以定義這個三位數  $a_1 a_2 a_3$  的長度為  $\|a_1 a_2 a_3\| = |a_1 - a_2| + |a_2 - a_3|$ ，例如：385 的長度為  $\|385\| = |3 - 8| + |8 - 5| = 8$ ，則滿足  $\|a_1 a_2 a_3\| = 2$  的三位數共有\_\_\_\_\_個。

RA267 全國公私立高級中學 105 學年度學科能力測驗第二次  
聯合模擬考 參考答案

第壹部分：選擇題

- 1.(1) 2.(3) 3.(2) 4.(4) 5.(2) 6.(5) 7.(1)(4)(5) 8.(1)(4)(5)  
9. (2)(3)(4) 10.(1)(2)(3)(5) 11.(2)(3)(4)(5) 12.(1)(3) 13.(2)(3)(4)

第貳部分：選填題

- A. 51 B.  $-\frac{3}{2}$  C. 64 D. 675 E.  $\frac{3}{5}$  F. 17 G. 62