

全國高級中學 105 學年度第 1 學期第一次學科能力測驗



RA186

第壹部分：選擇題(佔 55 分)

一、 單選題(占 30 分)

- 1.() 若 $a < b$ 且 $c < d$ ，又 $(c-a)(c-b) > 0$ 且 $(d-a)(d-b) < 0$ ，則實數 a, b, c, d 的大小關係為下列哪一個選項？
 (1) $c < a < d < b$ (2) $a < c < b < d$ (3) $c < d < a < b$
 (4) $c < a < b < d$ (5) $c < b < d < a$
- 2.() 已知 $f(z) = 1 + \bar{z}$ ， $z_1 = 3 + 2i$ ， $z_2 = 1 - 4i$ ，則 $f(\overline{z_1 - z_2}) = ?$
 (1) $3 - 6i$ (2) $-3 + 6i$ (3) $3 + 6i$ (4) $6 - 3i$ (5) $-6 + 3i$
- 3.() 請問 $5^{\log 20} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\log 0.5}$ 的值為下列哪一個選項？
 (1) 1 (2) $\sqrt{5}$ (3) $\sqrt{10}$ (4) 10 (5) $2\sqrt{10}$
- 4.() 設 x, y, z 為整數，且 x, y, z 滿足 $x \log 2 + y \log 6 + z \log 5 = \log 1200$ ，則 xyz 之值為下列哪一個選項？
 (1) 6 (2) 8 (3) 9 (4) 10 (5) 12
- 5.() 若 $(x-1)^2$ 除多項式 $x^4 + ax^3 - 3x^2 + bx + 3$ 所得的餘式為 $x+1$ ，則 $ab = ?$
 (1) 9 (2) $\frac{5}{2}$ (3) 1 (4) 0 (5) -3
- 6.() 設函數 $f(x) = \log_a x$ ， $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，若 $f(x)$ 的值在範圍 $a \leq x \leq 2a$ 上的最大值比最小值大 $\frac{1}{3}$ ，則 a 的所有可能值的總和為下列哪一個選項？
 (1) 8 (2) $\frac{65}{8}$ (3) 9 (4) $\frac{82}{9}$ (5) $\frac{17}{4}$

多選題(占 25 分)

- 7.() 已知數線上三點 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ ，則下列敘述哪些是正確的？
 (1) 若 $a = \sqrt{9 + \sqrt{45}}$ ，則 A 點落在 3 與 4 之間
 (2) 若 a 為無理數， b 為無理數，則 ab 必為無理數
 (3) 若 $a < b$ ，則 $\frac{3a+b}{4} < \frac{4a+b}{5}$
 (4) 若 $a = \sqrt{5} + \sqrt{12}$ ， $b = \sqrt{6} + \sqrt{11}$ ， $c = 3 + \sqrt{8}$ ，則 $a < b < c$
 (5) $|a+1| + |a-2|$ 的最小值為 1
- 8.() 解下列各不等式，則下列哪些選項 x 的範圍在數線上所占的長度為 8？(不用考慮端點)
 (1) $|x| \leq 4$ (2) $|2x-1| \leq 8$ (3) $1 \leq x+1 \leq 9$
 (4) $x^2 - 2x - 15 \leq 0$ (5) $\frac{8}{x-2} + 1 < 0$

9.() 下列哪些選項，其方程式有實數解？

- (1) $x = \log_2(x-1)$ (2) $10^x = x^3$ (3) $x^2 = 2^{-|x|} - \frac{1}{2}$
(4) $x^5 - 7x^4 + x^3 + 2x^2 - 5x + 1 = 0$ (5) $x^4 + 7x^2 + 5 = 0$

10.() 設 $\frac{k}{10^n} < (\frac{1}{6})^{15} < \frac{k+1}{10^n}$ ，其中 n, k 皆為正整數，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $n=11$ (2) $k=2$
(3) $(\frac{1}{6})^{15}$ 在小數點以下第 11 位開始出現不為 0 的數字
(4) $(\frac{1}{6})^{15}$ 在小數點以下開始出現不為 0 的數字是 3
(5) $n+k=14$

11.() 設二次函數 $f(x) = x^2 - 2ax + b$ 的圖形過點 $(1, 1)$ ，且和 x 軸有兩個相異交點，若此兩個交點都在 $-1 < x < 1$ 的範圍內，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $b=2a$ (2) $f(-1) < 0$ (3) $-1 < a < 1$
(4) $f(a) > 0$ (5) $-\frac{1}{4} < a < 0$

第貳部分：選填題(占 45 分)

A. 一道絕對值不等式題目 $|mx+1| < n$ 。阿燦看錯 m ，解得 x 的範圍為 $-4 < x < 2$ ；小銘看錯 n ，解得 x 的範圍為 $-3 < x < 2$ ，則在正確的題目中， $m+n$ 應為_____。

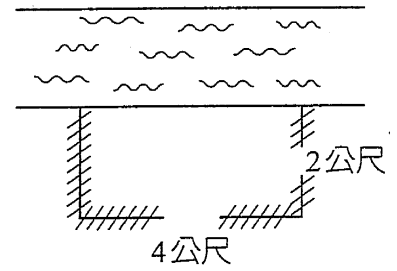
B. 設二次函數 $y = x^2 - 3x + k$ 的圖形與直線 $y = x - 1$ 交於 P, Q 兩點，若 $\overline{PQ} = 4\sqrt{2}$ ，則 $k =$ _____。

C. 已知 a, b, c, d 皆為大於 1 的正數，且 $a^2 = b^3 = c^4 = d^5$ ，則 $\log_{ad} bc =$ _____。
(化為最簡分數)

D. 已知實係數四次方程式 $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 有實根，其中某兩根和為 $3-i$ ，另外的兩根乘積為 $8+4i$ ，則 $d =$ _____。

E. 設 $f(x), g(x)$ 為多項式，若 $(x^2+1)f(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式為 6，而 $(4x-3)g(x)$ 除以 x^2-4x+3 的餘式為 $2x+1$ ，則 $(x^2+x+1)f(x)g(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式為_____。

- F. 小萱想用竹籬沿著河邊圍出面積為 288 平方公尺的長方形菜圃，並在其中一邊留下 4 公尺的入口，另外一邊留下 2 公尺的出口(相鄰河的一邊不圍竹籬，僅為三個邊)，如右圖所示，則小萱最少可用_____公尺的竹籬就能夠完成目標。



- G. 已知 $x > 1$ 且 $y > 1$ ，若 $\log_y x - 3 \log_x y^4 = \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{4}$ ，則 $x^2 - 6y^2 + 4$ 的最小值為_____。

- H. 「GO 黑勳」錢莊貸款一律採「九出十三歸」法則計算：貸款者借 10000 元，實拿 9000 元(1000 元為貸款手續費)，一期(10 天)後須償還 13000 元，並且採複利計算。今阿拓跟「GO 黑勳」貸款 20000 元(實拿 18000 元)，且期間未償還任何借款，則最少經過_____個月後阿拓須償還超過 4000000 元。($\log 1.3 \approx 0.1139$ ，一個月以 30 天計，不足一個月者以一個月計算)

- I. 若 $\Gamma_1 : x - 3 = \log_7 y$ 與 $\Gamma_2 : \frac{x^3}{y} = \frac{1}{49}$ 在第一象限交於 $P(x_1, y_1)$ ， $Q(x_2, y_2)$ 兩點，其中 $x_1 < y_1$ ，且 $k < x_2 < k + 1$ ， k 為正整數，則 $k =$ _____。

RA186 全國高級中學 105 學年度第 1 學期第一次學科能力測驗
參考答案

第壹部分：選擇題

1.(1) 2.(3) 3.(4) 4.(1) 5.(4) 6.(2) 7.(1)(4) 8.(1)(2)(4)(5)
9.(3)(4) 10.(2)(5) 11.(1)(3)(5)

第貳部分：選填題

A. 5 B. -1 C. $\frac{5}{6}$ D. 20 E. 27 F. 42 G. -5 H. 7 I. 8