

# 台灣省立台中一中 合作盃數學金頭腦

## 第九次有獎徵答

收稿時間:88年10月20日~88年10月22日16時

1. 定義： $w(1,2) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1 \cdot 2}$ ， $w(1,2,3) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3}$

若  $n \in N$  求證： $w(1,2,3,\dots,n) = n$ 。

2. 設凸四邊形  $ABCD$  的面積為 1，

求證四邊形  $ABCD$  的兩對角線長之和不小於  $2\sqrt{2}$ 。

3. 數列  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ ；已知  $a_1 = a_2 = 1$ ， $a_{k+2} = a_{k+1} + a_k$  ( $k=1,2,3,\dots$ )

試證： $a_{4n}$  ( $n=1,2,3,\dots$ ) 恆為 3 的倍數。

4. 正方形  $ABCD$  中， $E, F$  各為  $\overline{BC}, \overline{CD}$  邊上的點，若  $\angle EAF = 45^\circ$

試證： $\overline{EF} = \overline{BE} + \overline{DF}$ 。

5. 凸五邊形  $ABCDE$ ，

已知  $a\triangle ABC = a\triangle BCD = a\triangle CDE = a\triangle DEA = a\triangle EAB = 400$

求凸五邊形  $ABCDE$  之面積。