

國立台中一中合作盃數學金頭腦

第四十八次有獎徵答

收稿時間：98年5月20日 ~ 98年5月22日 14:00

- 說明：(1)解答請寫在答案稿紙上，並務必註明「交件時間」、「班級」、「姓名」。
- (2)稿件寫完請投入敬業樓一樓數學科辦公室外銀色的有獎徵答收稿信箱內。
- (3)答案稿紙可至數學科辦公室索取，一張答案稿紙只能寫一個题目的解答，如欲投稿兩題以上，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
- (4)答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一位老師在投稿時間上簽證，否則視為當日最晚時間繳交。

1. 已知實係數方程式 $5x^3 - 5x^2 - x + 1 = 5px^2 - 71px + 66p$ 的三根均為自然數，求實數 p 。
2. 設 a, b, c 為正實數，求 $\frac{a}{b+3c} + \frac{b}{8c+4a} + \frac{c}{3a+2b}$ 之最小值為何？
3. 設 n 是大於 1 的正整數，且對 n 的每一個正因數 d ， $d+1$ 都是 $n+1$ 的因數，證明 n 是質數。
4. 甲、乙、丙三人依甲、乙、丙、甲、乙、丙、.....的次序輪流取走 20 顆圍棋白子，每次僅能取走 1 顆或 2 顆棋子，直到棋子被取光為止。若最後由甲取光剩餘的棋子，則三人取走棋子的可能情形有多少種？
5. 平面上任給相異 5 點，令這些點之間的最大距離為 M 、最小距離為 m ，證明 $\frac{M}{m}$ 的最小值為 $2\sin 54^\circ$ 。