

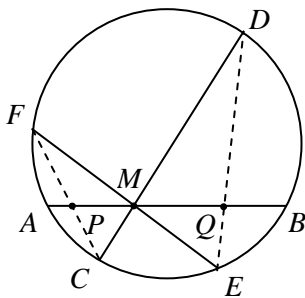
國立台中一中合作盃數學金頭腦

第四十六次有獎徵答

收稿時間：97年12月3日 ~ 97年12月5日 14:00

- 說明：(1)解答請寫在答案稿紙上，並務必註明「**交件時間**」、「**班級**」、「**姓名**」。
- (2)稿件寫完請投入敬業樓一樓**數學科辦公室**外銀色的有獎徵答收稿信箱內。
- (3)答案稿紙可至數學科辦公室索取，**一張答案稿紙只能寫一個題目**的解答，如欲投稿兩題以上，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
- (4)答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請**數學科任一位老師**在投稿時間上**簽證**否則視為當日最晚時間繳交。

1. 設 a_1, a_2, \dots, a_n 為互不相等之正整數，求證： $a_1^2 + \frac{a_2^2}{2} + \frac{a_3^2}{3} + \dots + \frac{a_n^2}{n} \geq a_1 + a_2 + \dots + a_n$ 。
2. 8個女孩與25個男孩圍成一圓圈，任意兩個女孩之間至少站兩個男孩，求共有幾種排列方法？
3. 若 D 是邊長為1的正三角形 ABC 的邊 \overline{BC} 上的點， $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACD$ 的內切圓半徑分別為 r_1, r_2 ，若 $r_1 + r_2 = \frac{\sqrt{3}}{5}$ ，則滿足條件的點 D 有兩個，分別設為 D_1, D_2 ，則 D_1, D_2 之間的距離為何？
4. 如下圖， \overline{AB} 為圓內一弦， M 為 \overline{AB} 上任一點 ($M \neq A$ 、 $M \neq B$)，過 M 作圓的兩弦 \overline{CD} 、 \overline{EF} ，若 \overline{CF} 交 \overline{AB} 於 P 、 \overline{DE} 交 \overline{AB} 於 Q ，試證明： $\frac{1}{MA} - \frac{1}{MB} = \frac{1}{MP} - \frac{1}{MQ}$ 。



5. 已知 a, b, c 皆為正整數，且拋物線 $y = ax^2 + bx + c$ 與 x 軸有兩個不同的交點 A 和 B 。若 A 和 B 到原點的距離均小於 1，則 $a+b+c$ 的最小值為多少？