

國立台中一中合作盃數學金頭腦  
第四十四次有獎徵答

收稿時間：97年5月28日 ~ 97年5月30日 14:00

- 說明：(1)解答請寫在答案稿紙上，並務必註明「交件時間」、「班級」、「姓名」。  
(2)稿件寫完請投入敬業樓一樓數學科辦公室外銀色的有獎徵答收稿信箱內。  
(3)答案稿紙可至數學科辦公室索取，一張答案稿紙只能寫一個题目的解答，如欲投稿兩題以上，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。  
(4)答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一位老師在投稿時間上簽證，否則視為當日最晚時間繳交。

1. 若  $a, b, c \in R^+$ ，且滿足  $\frac{kabc}{a+b+c} \leq (a+b)^2 + (a+b+4c)^2$ ，求  $k$  的最大值。

2. 設  $x \in R$ ，若  $\frac{\sin^4 x}{9} + \frac{\cos^4 x}{16} = \frac{1}{25}$ ，則  $\frac{\sin^{3456} x}{3^{3454}} + \frac{\cos^{3456} x}{4^{3454}} = ?$

3. 設  $x, y$  均為實數，試求方程組  $\begin{cases} x(x^2 + y^2) + (2008^2 + 2009^2 - 2)x - 2y = 4016(x^2 + y^2) \\ y(x^2 + y^2) - 2x - (2008^2 + 2009^2 - 2)y = 2(x^2 + y^2) \end{cases}$  的所有解。

4. 計算  $S = \sum_{x=0}^{\infty} \sum_{y=0}^{\infty} \frac{1}{2^{x+y+|x-y|}}$  的值。

5. 如圖，有一個 15 格的長方形，現將 1~15 的正整數不重複全部填入 15 格之中，且滿足以下二個條件：(1)左右相鄰兩格的數字右方大於左方(2)上下相鄰兩格的數字上方大於下方。試問符合題意的填入法有幾種。

