

國立台中一中合作盃數學金頭腦

第卅八次有獎徵答

收稿時間：95 年 12 月 13 日 ~ 95 年 12 月 15 日 16:00

- 說明：(1)解答請寫在答案稿紙上，並務必註明「**交件時間**」、「**班級**」、「**姓名**」。
- (2)稿件寫完請投入敬業樓一樓**數學科辦公室**外銀色的**有獎徵答收稿信箱**內。
- (3)答案稿紙可至數學科辦公室索取，**一張答案稿紙只能寫一個題目**的解答，如欲投稿兩題以上，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
- (4)答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請**數學科任一位老師**在投稿時間上**簽證**，否則視為當日最晚時間繳交。

1. 設 z 是 1 的 7 次方根， $z \neq 1$ ，求 $z+z^2+z^4$ 的值。

2. 設 $a, b, \alpha, \beta \in R$ ；

$$\text{試證：} \sqrt{(\alpha-a)^2 + (\beta-b)^2} + \sqrt{(\alpha-a)^2 + \beta^2} + \sqrt{\alpha^2 + (\beta-b)^2} + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \geq 2\sqrt{a^2 + b^2}。$$

3. 設 P 為 $\triangle ABC$ 平面上任一點， $a = \overline{BC}$, $b = \overline{CA}$, $c = \overline{AB}$ ；

$$\text{試證：} a\overline{PB} \cdot \overline{PC} + b\overline{PC} \cdot \overline{PA} + c\overline{PA} \cdot \overline{PB} \geq abc。$$

4. 空間中有 10 個相異點，且其中任三點不共線，任兩點連成之線段均用黑色或紅色顏料塗上顏色，已知其中有一點連出的線段都塗上黑色，則以這 10 個點為頂點的三角形中，三邊同色的三角形至少有多少個？

5. 在菱形 $ABCD$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， E 為 $\triangle ABD$ 的外接圓的劣弧 BD 上的任意一點，直線 DE 與 AB 交於點 F ，求證： AD ， BE ， CF 三線共點。

