

# 國立台中一中合作盃數學金頭腦

## 第卅五次有獎徵答

收稿時間：95年4月12日 ~ 95年4月14日 16:00

- 說明：(1)解答請寫在答案稿紙上，並務必註明「交件時間」、「班級」、「姓名」。  
(2)稿件寫完請投入敬業樓一樓數學科辦公室外銀色的有獎徵答收稿信箱內。  
(3)答案稿紙可至數學科辦公室索取，一張答案稿紙只能寫一個题目的解答，如欲投稿兩題以上，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。  
(4)答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一位老師在投稿時間上簽證，否則視為當日最晚時間繳交。

1. 試証：方程式  $[x]+[4x]+[7x]+[10x]+[13x]=699$  沒有實數解。
2. 已知  $x, y \in \mathbb{R}$ ，求  $f(x, y) = \frac{\sin x - 2\sin y}{\cos x - 2\cos y - 5}$  的最大值  $M$  及最小值  $m$ 。
3.  $\triangle ABC$  中， $\angle A, \angle B, \angle C$  對邊分別為  $a, b, c$ ， $R$  為外接圓半徑，設  $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$  且滿足條件  $\frac{a \cos A + b \cos B + c \cos C}{a \sin B + b \sin C + c \sin A} = \frac{2s}{9R}$ ，求  $a : b : c$ 。
4. 已知直角座標平面上的每個格子點都是一個半徑為  $\frac{1}{1000}$  的圓盤的圓心，證明：存在正三角形三頂點分別在三個不同圓盤內，且此類正三角形邊長必大於 96。
5. 如圖， $ABCDE$  是一正五邊形。利用尺規作圖，求作一正三角形  $PQR$ ，使得此正三角形  $PQR$  的三個頂點完全落在正五邊形  $ABCDE$  的邊上，且這三頂點都不是各邊的中點或端點。請作圖並寫出你的作法，再證明你的構圖法是正確的(下圖的  $P$  點位置僅供參考)

