國立台中一中合作盃數學金頭腦

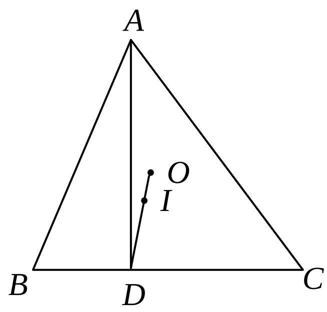
第廿六次有獎徵答

收稿時間：92 年 12 月 15 日~92 年 12 月 17 日 16：00

說明：(1)解答請寫在答案稿紙上，並務必註明「**交件時間**」、「**班級**」、「**姓名**」。
(2)稿件寫完請投入敬業樓一樓**數學科辦公室**外**銀色的有獎徵答收稿信箱**內。
(3)**一張答案稿紙只能寫一個題目**的解答，
如欲投稿兩題以上，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
(4)答案稿紙可至數學科辦公室索取。

1. 設有理係數三次方程式$x^3+ax^2+bx+c=0$ 的三根為有理數a、b、c，求所有符合前述條件的三次多項式x^3+ax^2+bx+c

2. 如圖所示：O、I 分別為$\triangle ABC$ 的外心和內心，$\overline{AD}$ 是 $\overline{BC}$ 邊上的高，若 I 在線段 $\overline{OD}$ 上，$\overline{AB} \neq \overline{AC}$，求證：$\triangle ABC$ 的外接圓半徑等於 $\overline{BC}$ 邊上的旁切圓半徑。



3. 設 $f(x)$、$g(x)$、$h(x)$為多項式，滿足

$$|f(x)|-|g(x)|+h(x)=\begin{cases}-1 & \text{當 } x<-1\\ 3x+2 & \text{當 } -1\le x\le 0\\ -2x+2 & \text{當 } x>0\end{cases}$$

，求 $f(x)$、$g(x)$、$h(x)$

4. 數列$\{a_n\}$滿足$a_1=1$、$a_n=1+a_{n-1}\sin\theta$，且數列$\{b_n\}$滿足$b_n=\cot\theta[1-(1-\sin\theta)a_n]^2$，設 $S_n=\sum_{n=1}^{n}b_n$，求$\lim_{n\to\infty}S_n$

5. 求方程組$\begin{cases}x^2+y^2+\dfrac{2xy}{x+y}=1\\ \sqrt{x+y}=x^2-y\end{cases}$的實數解 x 與 y。