國立台中一中合作盃數學金頭腦

第廿五次有獎徵答

收稿時間：92 年 10 月 20 日~92 年 10 月 22 日 16：00

說明：(1)解答請寫在答案稿紙上，並務必註明「**交件時間**」、「**班級**」、「**姓名**」。
(2)稿件寫完請投入敬業樓一樓**數學科辦公室**外**銀色的有獎徵答收稿信箱**內。
(3)**一張答案稿紙只能寫一個題目**的解答，
如欲投稿兩題以上，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
(4)答案稿紙可至數學科辦公室索取。

1. 在 8×8 的方格紙上每一格內任意填入 1、2、3、……、64 中的一個數。

   證明存在兩個鄰格(指有公共邊的兩個格子)，其內的數差的絕對值不小過 5。

2. 設$S=\{x \mid x=m^2+n^2$，m、$n\in Z\}$、$T=\{x \mid x=p^2+q^2$，p、$q\in Q\}$

   試證：若s、$t\in S$且$t\neq 0$，則$\frac{s}{t}\in T$

3. 設 $f(x)=(m-2)x+(1-2m)$，若對$\frac{1}{2}\leq x\leq 5$之所有 x 值都使 $f(x)<0$，

   求 m 的範圍：__________

4. 設 a、b、c、d 為非負整數，則

   $\sqrt{\frac{a}{b+c+d}}+\sqrt{\frac{b}{a+c+d}}+\sqrt{\frac{c}{a+b+d}}+\sqrt{\frac{d}{a+b+c}}$ 的最小值為__________

5. 設$x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n\in\{-1,0,1,2\}$滿足$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n=19 \\ x_1^2+x_2^2+x_3^2+\cdots+x_n^2=99 \end{cases}$，

   求$x_1^3+x_2^3+x_3^3+\cdots+x_n^3$之最大值$M$與最小值$m$。