

合作盃數學金頭腦第廿次有獎徵答

收稿時間:91年5月6日~91年5月9日

1、 $f(x) = x^3 + px^2 + qx + r$ ， $g(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ ， $a, b, c, p, q, r \in \mathbb{R}$ ，

若 $f(1) > g(1)$ ， $f(2) < g(2)$ ， $f(3) > g(3)$ ，試比較 b 、 q 之大小，並證明之。

2、試證：不存在 $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{C}$ ，使得恆等式 $x^2 + y^2 + z^2 = (ax + by + cz)(dx + ey + fz)$ 成立

3、 $\triangle ABC$ 中，三邊長 a, b, c ， $s = \frac{a+b+c}{2}$ ， r 為內切圓半徑，

試證：
$$\frac{1}{(s-a)^2} + \frac{1}{(s-b)^2} + \frac{1}{(s-c)^2} \geq \frac{1}{r^2}$$

4、設 $a, b, c, d \geq 0$ ，求 $\frac{d}{a+b+c} + \frac{4c}{a+b+d} + \frac{9b}{a+c+d} + \frac{16a}{b+c+d}$ 的最小值

5、已知 $\triangle ABC$ 的三內角之正切 $\tan A, \tan B, \tan C$ 滿足

(1) $\tan A + \tan B + \tan C = \frac{-1}{6}$

(2) $\tan^3 A + \tan^3 B + \tan^3 C = -\frac{181}{216}$ ，

求三角形之最大內角=？

