合作盃數學金頭腦第十九次有獎徵答

收稿時間:91 年 3 月 13 日~91 年 3 月 15 日

1、數列$\langle a_n \rangle$中，滿足$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + \dfrac{1}{a_n}, (n \in N)$,求$a_{100}$之整數部分$\left[a_{100} \right] = ?$

2、設 $a,b,c,d \in R^+$，證明：$\dfrac{a}{b+2c+3d} + \dfrac{b}{c+2d+3a} + \dfrac{c}{d+2a+3b} + \dfrac{d}{a+2b+3c} \geq \dfrac{2}{3}$

3、△ABC 中$\angle A = 45^0, \overline{AB} = \overline{AC} = 1,$以$\overline{AB}$為直徑之半圓上，取一動點$P$，令

$\angle PAB = \theta$

(1)試以θ表△APC 的面積S　(2)欲使S為最大,試求θ之值,並求S之最大值

4、已知△ABC 中，D在$\overline{BC}$邊上，若$\overline{AD}^2 = 2\overline{BD} \times \overline{CD}$，求證：$\sin B \sin C + \cos A \leq 1$

5、直線L切一半徑為r的圓於P點，令Q點在此圓上自由移動，在L上取點R

使$\overline{QP} = \overline{QR}$，則$Q$在何處時，△PQR 面積最大值為多少？