

國立台中一中 合作盃數學金頭腦

第十六次有獎徵答

收稿時間：90年 5月 29日 至 90年 5月 31日

繳交時間務必寫正確 否則不予計分

- 一 設函數 $f: R \rightarrow R$ 滿足 (1) $\forall x \in R$ 恆有 $f(x) \geq 2$ (2) $\forall x_1, x_2 \in R$
 $f(x_1 + x_2) \leq f(x_1) + f(x_2)$ 試證： $\forall a_1, a_2 \in R$ 恆有 $\log f(a_1 + a_2) \leq \log f(a_1) + \log f(a_2)$.
- 二 圓內有一內接六邊形. 已知其中有三邊長度為 a , 另三邊長度為 b . ($a > b > 0$)
試求此六邊形之面積.
- 三 設 $a > 0, a \neq 1$. 已知 $\log_a(x + y) = \log_a x + \log_a y$. 令 $k = 2x + y$
試求 k 值的範圍.
- 四 設 $x \in \{1, 2, 3, \dots, 10000\}$ 且 $2^x - x^2$ 為 7 的倍數, 求 x 的個數及其總和.
- 五 $\triangle ABC$ 中, 試證： $\cot^3 \frac{A}{2} + \cot^3 \frac{B}{2} + \cot^3 \frac{C}{2} \geq 9\sqrt{3}$