

國立台中一中 合作盃數學金頭腦

第十三次有獎徵答

收稿時間:89年10月17日~89年10月19日16時

※繳交時間務必寫正確否則不予計分

1. 試求 $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^{2002}$ 之近似值中，小數點前後各一位的數字。

2. 設 a, b, c 為 $\triangle ABC$ 的三邊長，

試證明： $a^2(b+c-a) + b^2(c+a-b) + c^2(a+b-c) \leq 3abc$ 。

3. 設 a, b, c, d, e, f 為正實數，

(1) 證明： $(a \cdot b \cdot c + d \cdot e \cdot f)^3 \leq (a^3 + d^3)(b^3 + e^3)(c^3 + f^3)$

(2) 在(1)中『=』成立之充要條件為 $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ 證明之。

(3) 求 $\frac{8}{\cos \theta} + \frac{27}{\sin \theta}$ 之極小值 ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

4. 設 a, b, c 及 $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$ 都是有理數，

試證 $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ 也是有理數。

5. 設 $|x| < \frac{1}{2}$, $(1-2x)^{-3} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$,

求 a_1, a_2, a_3 並推出 a_n