

# 國立台中一中 合作盃數學金頭腦

## 第十一次有獎徵答

收稿時間:89年4月17日~89年4月19日16時

※繳交時間務必寫正確否則不予計分

1. 求兩相異正整數的最小公倍數為 504000 者共有幾組。
2. 若二次方程式  $ax^2 - 4ax + 1 = 0$  的兩個正實數解  $\alpha, \beta$  滿足不等式  $|\log \alpha - \log \beta| \leq 1$ ，求實數  $a$  的範圍。
3. 設一數列  $\langle a_n \rangle$  滿足  $a_1 = 2, a_{n+1} = a_1 a_2 a_3 a_4 \cdots a_n + 1$

試證明： $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \cdots + \frac{1}{a_n} < 1$

4. 身穿 1 號到 20 號球衣的 20 名足球隊員排成一橫列照相。今要求第 1 號隊員不能站在首位，第 20 號隊員不能站在末位，此外，號碼小於 8 號的隊員必須站在 8 號隊員之前，號碼大於 15 號的隊員必須站在 15 號隊員之後，試問有多少種不同排隊照相的方法。
5. 設三角形三邊長成等差，若  $r, R$  分別表示此三角形之內切圓與外接圓之半徑，試證明其公差為  $\sqrt{2r(R-2r)}$ 。