

# 台灣省立台中一中 合作盃數學金頭腦

## 第一次有獎徵答

收稿時間:86年10月13日~87年10月24日中午

1. 設  $a$  是正整數,  $a < 100$ , 若  $a^3 + 23$  能被 24 整除, 求  $a$  之值.
2. 已知  $a, b, c$  為三角形之邊長,  $T$  表此三角形的面積, 求證:  $a^2 + b^2 + c^2 \geq 4\sqrt{3}T$
3. 設邊長  $a$  的正七邊形的對角線中, 最長為  $x$ , 最短為  $y$ , 試證:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{a}$
4.  $\triangle ABC$  中,  $\overline{AB} = \overline{AC} = 20$ ,  $\overline{BC} = 10$ , 又  $D, E, F$  分別  $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$  的中點,  
今沿  $\overline{DE}, \overline{EF}, \overline{FD}$  折疊成一四面體, 求此四面體的體積.
5. 小明準備參加 11 個星期之後的數學競試, 他每天至少解一個題目, 但一個星期不超過 12 題.  
試證明在這準備期間, 存在某段連續的日子裡, 他正好解了 20 題.