

106 年大學入學學力測驗數學試題



第壹部分：選擇題（佔 65 分）

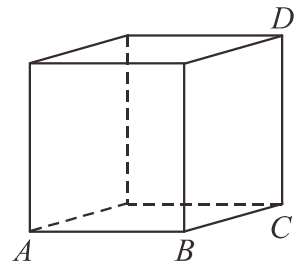
一、單選題（佔 35 分）

- 已知某校老師玩過「寶可夢」的比率為 r_1 ，而學生玩過的比率為 r_2 ，其中 $r_1 \neq r_2$ 。
由下列選項中的資訊，請選出可以判定全校師生玩過「寶可夢」的比率之選項：
(1)全校老師與學生比率 (2)全校老師人數 (3)全校學生人數
(4)全校師生人數 (5)全校師生玩過「寶可夢」人數。
- 某個手機程式，每次點擊螢幕上的數 a 後，螢幕上的數會變成 a^2 。當一開始時螢幕上的數 b 為正且連續點擊螢幕三次後，螢幕上的數接近 81^3 。
試問實數 b 最接近下列哪一個選項？
(1)1.7 (2)3 (3)5.2 (4)9 (5)81。

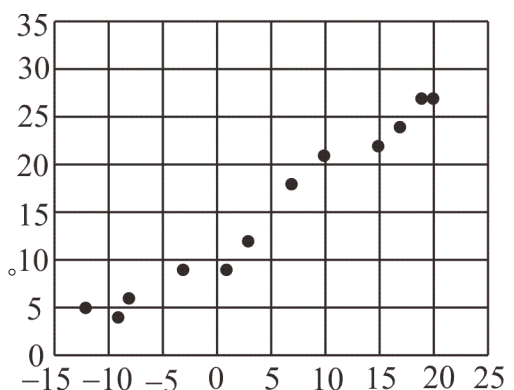
- 設 $\Gamma: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ 為坐標平面上的一雙曲線，且其通過第一象限的漸近線為 l 。

考慮動點 (t, t^2) ，從時間 $t = 0$ 時出發，當 $t > 0$ 時，請選出正確的選項：

- (1)此動點不會碰到 Γ ，也不會碰到 l (2)此動點會碰到 Γ ，但不會碰到 l
(3)此動點會碰到 l ，但不會碰到 Γ (4)此動點會先碰到 Γ ，再碰到 l
(5)此動點會先碰到 l ，再碰到 Γ 。
- 在右下圖的正立方體上有兩質點分別自頂點 A ， C 同時出發，各自以等速直線運動分別向頂點 B ， D 前進，且在 1 秒後分別同時到達 B ， D 。
請選出這段時間兩質點距離關係的正確選項：
(1)兩質點的距離固定不變 (2)兩質點的距離越來越小
(3)兩質點的距離越來越大 (4)在 $\frac{1}{2}$ 秒時兩質點的距離最小
(5)在 $\frac{1}{2}$ 秒時兩質點的距離最大。



- 下圖是某城市在 2016 年的各月最低溫（橫軸 x ）與最高溫（縱軸 y ）的散佈圖。
今以溫差（最高溫減最低溫）為橫軸且最高溫為縱軸重新繪製一散佈圖，試依此選出正確的選項。



- (1)最高溫與溫差為正相關，且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性強
(2)最高溫與溫差為正相關，且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性弱
(3)最高溫與溫差為負相關，且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性強
(4)最高溫與溫差為負相關，且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性弱
(5)最高溫與溫差為零相關。

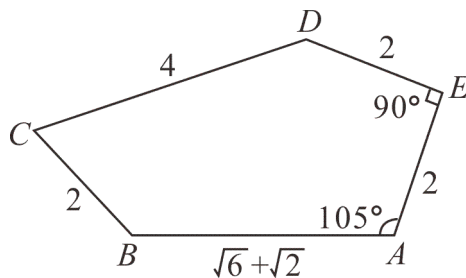
6. 試問有多少個實數 x 滿足 $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ 且 $\cos x^\circ \leq \cos x$?
 (1) 0 個 (2) 1 個 (3) 2 個 (4) 4 個 (5) 無窮多個。

7. 小明想要安排從星期一到星期五共五天的午餐計畫。他的餐點共有四種選擇：牛肉麵、大滷麵、咖哩飯及排骨飯。小明想要依據下列兩原則來安排他的午餐：
 (甲) 每天只選一種餐點但這五天中每一種餐點至少各點一次
 (乙) 連續兩天的餐點不能重複且不連續兩天吃麵食
 根據上述原則，小明這五天共有幾種不同的午餐計畫？
 (1) 52 (2) 60 (3) 68 (4) 76 (5) 84。

二、多選題 (佔 30 分)

8. 設 m, n 為小於或等於 4 的相異正整數且 a, b 為非零實數。已知函數 $f(x) = ax^m$ 與函數 $g(x) = bx^n$ 的圖形恰有 3 個相異交點，請選出可能的選項。
 (1) m, n 皆為偶數且 a, b 同號 (2) m, n 皆為偶數且 a, b 異號
 (3) m, n 皆為奇數且 a, b 同號 (4) m, n 皆為奇數且 a, b 異號
 (5) m, n 為一奇一偶。
9. 設 Γ 為坐標平面上的圓，點 $(0, 0)$ 在 Γ 的外部且點 $(2, 6)$ 在 Γ 的內部。請選出正確的選項。
 (1) Γ 的圓心不可能在第二象限
 (2) Γ 的圓心可能在第三象限且此時 Γ 的半徑必定大於 10
 (3) Γ 的圓心可能在第一象限且此時 Γ 的半徑必定小於 10
 (4) Γ 的圓心可能在 x 軸上且此時圓心的 x 坐標必定小於 10
 (5) Γ 的圓心可能在第四象限且此時 Γ 的半徑必定大於 10。
10. 坐標空間中有三直線 $L_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$, $L_2 : \begin{cases} x-2y+2z = -4 \\ x+y-4z = 5 \end{cases}$,
 $L_3 : \begin{cases} x = -t \\ y = -2-t \\ z = 4+4t \end{cases}$, t 為實數。請選出正確的選項。
 (1) L_1 與 L_2 的方向向量互相垂直 (2) L_1 與 L_3 的方向向量互相垂直
 (3) 有一個平面同時包含 L_1 與 L_2 (4) 有一個平面同時包含 L_1 與 L_3
 (5) 有一個平面同時包含 L_2 與 L_3 。

11. 最近數學家發現一種新的可以無縫密舖平面的凸五邊形 $ABCDE$ ，其示意圖如下。關於這五邊形，請選出正確的選項。
 (1) $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$ (2) $\angle DAB = 45^\circ$
 (3) $\overline{BD} = 2\sqrt{6}$ (4) $\angle ABD = 45^\circ$
 (5) $\triangle BCD$ 的面積為 $2\sqrt{2}$ 。



12. 某班級 50 位學生，段考國文、英文、數學及格的人數分別為 45、39、34 人，且英文及格的學生國文也都及格。現假設數學和英文皆及格的有 x 人，數學及格但英文不及格的有 y 人。請選出正確的選項。
- (1) $x + y = 39$ (2) $y \leq 11$ (3) 三科中至少有一科不及格的學生有 $39 - x + y$ 人
 (4) 三科中至少有一科不及格的學生最少有 11 人
 (5) 三科中至少有一科不及格的學生最多有 27 人

13. 空間中有一四面體 $ABCD$ ，假設 \overrightarrow{AD} 分別與 \overrightarrow{AB} 和 \overrightarrow{AC} 垂直，請選出正確的選項。
- (1) $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DA}^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ (2) 若 $\angle BAC$ 是直角，則 $\angle BDC$ 是直角
 (3) 若 $\angle BAC$ 是銳角，則 $\angle BDC$ 是銳角 (4) 若 $\angle BAC$ 是鈍角，則 $\angle BDC$ 是鈍角
 (5) 若 $\overline{AB} < \overline{DA}$ 且 $\overline{AC} < \overline{DA}$ ，則 $\angle BDC$ 是銳角。

第貳部分：選填題（佔 35 分）

- A. 遞迴數列 $\{a_n\}$ 滿足 $a_n = a_{n-1} + f(n-2)$ ，其中 $n \geq 2$ 且 $f(x)$ 為二次多項式。若 $a_1 = 1$ ， $a_2 = 2$ ， $a_3 = 5$ ， $a_4 = 12$ ，則 $a_5 =$ _____。

- B. 在坐標平面上， $\triangle ABC$ 內有一點 P 滿足 $\overrightarrow{AP} = \left(\frac{4}{3}, \frac{5}{6}\right)$ 及 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$ 。
 若 A, P 連線交 \overline{BC} 於 M ，則 $\overrightarrow{AM} =$ _____。(化為最簡分數)

- C. 若 a 為正整數且方程式 $5x^3 + (a+4)x^2 + ax + 1 = 0$ 的根都是有理根，則 $a =$ _____。

- D. 設 a_1, a_2, \dots, a_9 為等差數列且 k 為實數。若方程組
$$\begin{cases} a_1 x - a_2 y + 2a_3 z = k + 1 \\ a_4 x - a_5 y + 2a_6 z = -k - 5 \\ a_7 x - a_8 y + 2a_9 z = k + 9 \end{cases}$$
 有解，則 $k =$ _____。

- E. 設 a, b, x 皆為正整數且滿足 $a \leq x \leq b$ 及 $b - a = 3$ 。若用內插法從 $\log a$ ， $\log b$ 求得 $\log x$ 的近似值為 $\log x \approx \frac{1}{3}\log a + \frac{2}{3}\log b = \frac{1}{3}(1 + 2\log 3 - \log 2) + \frac{2}{3}(4\log 2 + \log 3)$ ，則 x 的值為 _____。

- F. 一隻青蛙位於坐標平面的原點，每步隨機朝上、下、左、右跳一單位長，總共跳了四步。青蛙跳了四步後恰回到原點的機率為_____。(化為最簡分數)
- G. 地面上甲、乙兩人從同一地點同時開始移動。甲以每秒 4 公尺向東等速移動，乙以每秒 3 公尺向北等速移動。在移動不久之後，他們互望的視線被一圓柱體建築物阻擋了 6 秒後才又相見。此圓柱體建築物底圓的直徑為_____公尺。

2017年學科能力測驗數學考科

選擇題：1.(1) 2.(3) 3.(5) 4.(4) 5.(4) 6.(1) 7.(2) 8.(1)(3) 9.(5)

10.(2)(3)(4) 11.(1)(4) 12.(2)(5) 13.(3)(5)

填充題：A. 25 B. $(\frac{40}{21}, \frac{25}{21})$ C. 7 D. -5 E. 47 F. $\frac{9}{64}$ G. 14.4