

105 年大學入學指定科目考試數學乙

第壹部分：選擇題（佔 76 分）

一、單選題（佔 18 分）

- 下列哪一個選項是方程式 $7x^5 - 2x^4 + 14x^3 - 4x^2 + 7x - 2 = 0$ 的根？
(1) -1 (2) $\frac{1}{7}$ (3) $-\frac{1}{7}$ (4) $\frac{2}{7}$ (5) $-\frac{2}{7}$
- 考慮有理數 $\frac{n}{m}$ ，其中 m 、 n 為正整數且 $1 \leq mn \leq 8$ 。
則這樣的數值（例如 $\frac{1}{2}$ 與 $\frac{2}{4}$ 同值，只算一個）共有幾個？
(1) 14 個 (2) 15 個 (3) 16 個 (4) 17 個 (5) 18 個
- 座標平面上有兩向量 $\vec{u} = (5, 10)$ ， $\vec{v} = (-4, 2)$ 。請問下列哪一個向量的長度最大？
(1) $-3\vec{u}$ (2) $6\vec{v}$ (3) $-2\vec{u} - 5\vec{v}$ (4) $2\vec{u} - 5\vec{v}$ (5) $\vec{u} + 7\vec{v}$

二、多選題（佔 40 分）

- 設 $f(x)$ 為一未知的實係數多項式，
但知道 $f(x)$ 除以 $(x-5)(x-6)^2$ 的餘式為 $5x^2 + 6x + 7$ 。
根據上述所給條件，請選出正確的選項。
(1) 可求出 $f(0)$ 之值 (2) 可求出 $f(11)$ 之值
(3) 可求出 $f(x)$ 除以 $(x-5)^2$ 的餘式 (4) 可求出 $f(x)$ 除以 $(x-6)^2$ 的餘式
(5) 可求出 $f(x)$ 除以 $(x-5)(x-6)$ 的餘式
- 甲先生、乙先生、丙先生、丁先生四位男生以及 A 小姐、B 小姐、C 小姐、D 小姐四位女士想要混搭兩部計程車，每車載有四名乘客。已知：
(一) 甲先生與 A 小姐同車
(二) 乙先生與 B 小姐同車
(三) C 小姐與 D 小姐不同車
請選出正確的選項。
(1) A 小姐與 D 小姐必不同車
(2) 甲先生與 B 小姐必不同車
(3) 乙先生與丙先生必同車
(4) 如果乙先生與丁先生同車，則丙先生與 B 小姐必同車
(5) 如果 D 小姐與乙先生同車，則 C 小姐與 A 小姐必同車
- 設 $a = 10^{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}$ ， $b = a^{\sqrt{2}}$ 。請選出正確的選項。
(1) $1 < a$ (2) $a < \sqrt{3}$ (3) $a^2 < b^{\sqrt{3}}$ (4) $10^{0.4} < b < 10^{0.5}$ (5) $(ab)^{\sqrt{2}} < 10$
- 座標平面上 O 為原點，P 點座標為 $(1, 0)$ ，直線 L 的方程式為 $x - 2y = -4$ 。
請選出正確的選項。
(1) 在直線 L 上可以找到一點 A，滿足向量 \overline{OP} 與 \overline{OA} 平行
(2) 在直線 L 上可以找到一點 B，滿足向量 \overline{OP} 與 \overline{OB} 垂直

- (3) 在直線 L 上可以找到一點 C ，滿足向量 \overline{OC} 與 \overline{PC} 垂直
- (4) 在直線 L 上可以找到一點 D ，滿足 $\overline{PD} = 2$
- (5) 在直線 L 上可以找到一點 E ，滿足 $\triangle EOP$ 為等腰三角形
8. 某社區有一千位居民，其個人月所得少於 10,000 元者占 30%，介於 10,000 元及 20,000 元間者占 10%，介於 20,000 元及 40,000 元間者占 30%，介於 40,000 元及 80,000 元間者占 30%。請選出正確的選項。
- (1) 該社區個人月所得的中位數介於 20,000 元及 40,000 元間
- (2) 使用簡單隨機抽樣自該社區中抽出一位居民，其個人月所得在上述的四個區間中，以介於 10,000 元及 20,000 元間的機率最低
- (3) 該社區的個人月所得平均，不可能高過 40,000 元
- (4) 該社區的個人月所得平均，不可能低過該社區的個人月所得中位數
- (5) 若該社區新搬入一位居民，其月所得為 200,000 元，則該社區的個人月所得平均將增加，但增加量不會多過 200 元

三、選填題（佔 18 分）

- A. 不透明袋中有三顆白球及三顆紅球。
從袋中每次取出一球依序置於桌面，每次每顆球被取出的機率相同。
全部取出後，前三顆球中有相鄰兩球同為白球的機率為_____。（請化為最簡分數）
- B. 設 x 、 c 為實數，方陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & x \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & x \end{bmatrix}$ 。
已知 A 的反方陣恰好是 B 的 c 倍（其中 $c \neq 0$ ），
則數對 $(x, c) =$ _____。（請化為最簡分數）
- C. 設 $\{a_n\}$ 為一等差數列。已知 $a_2 + a_4 + a_6 = 186$ ， $a_3 + a_7 = 110$ 。
令 $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ 。則極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s_n}{n^2} =$ _____。（請化為最簡分數）

第貳部分：非選擇題（佔 24 分）

1. 設隨機變數 X 表示投擲一不公正骰子出現的點數，
 $P(X = k)$ 表示隨機變數 X 取值為 k 的機率。
已知 X 的機率分布如下表：（ x, y 為未知常數）

k	1	2	3	4	5	6
$P(X = k)$	x	y	y	x	y	y

又知 X 的期望值等於 3。

- (1) 試求 x 、 y 之值。
- (2) 投擲此骰子兩次，試求點數和為 3 的機率。

2. 某農業公司計畫向政府承租一筆平地和一筆山坡地，分別種植平地作物 A 和山坡地作物 B 。
- 已知平地每一單位面積的年租金是 30 萬元，山坡地每一單位面積的年租金是 20 萬元；公司一年能夠提供土地租金的上限是 80 萬元。
- 平地作物 A 的種植成本每單位面積一年是 40 萬元，山坡地作物 B 的種植成本每單位面積一年是 50 萬元；公司一年能夠提供種植成本的上限是 130 萬元。
- 每年收成後，作物 A 每單位面積的利潤是 120 萬元，作物 B 每單位面積的利潤是 90 萬元。
- 請問公司一年應租平地和山坡地各多少單位面積，收成後可以獲得最大利潤？又此時的最大利潤為何？（12 分）
- （註：所租土地的面積並不限制一定要是整數單位。）_____。

105 年大學入學指定科目考試數學乙

選擇題：1.(4) 2.(4) 3.(1) 4.(4)(5) 5.(2)(5) 6.(1)(3)(4) 7.(1)(2)(5) 8.(1)(2)(5)

選填題：A. $\frac{7}{20}$ B. $(3, \frac{1}{13})$ C. $-\frac{7}{2}$

非選擇題：1. (1) $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{12}$ (2) $\frac{1}{18}$

2. 當平地 2 單位和山坡地 1 單位單位面積時，有最大值 330（萬元）