

105 年大學入學學力測驗數學考科

第壹部分：選擇題（佔 65 分）

一、單選題（佔 30 分）

- 設 $f(x)$ 為二次實係數多項式，已知 $f(x)$ 在 $x=2$ 時有最小值 1 且 $f(3)=3$ 。
請問 $f(1)$ 之值為下列哪一選項？
(1) 5 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 條件不足，無法確定
- 請問 $\sin 73^\circ$ 、 $\sin 146^\circ$ 、 $\sin 219^\circ$ 、 $\sin 292^\circ$ 、 $\sin 365^\circ$ 這五個數值的中位數是哪一個？
(1) $\sin 73^\circ$ (2) $\sin 146^\circ$ (3) $\sin 219^\circ$ (4) $\sin 292^\circ$ (5) $\sin 365^\circ$
- 座標平面上兩個圖形 Γ_1 、 Γ_2 的方程式分別為： $\Gamma_1 : (x+1)^2 + y^2 = 1$ 、 $\Gamma_2 : (x+y)^2 = 1$ 。
請問 Γ_1 、 Γ_2 共有幾個交點？
(1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 0 個
- 放射性物質的半衰期 T 定義為每經過時間 T ，該物質的質量會衰退成原來的一半。
鉛製容器中有兩種放射性物質 A 、 B ，開始紀錄時容器中物質 A 的質量為物質 B 的兩倍，而 120 小時後兩種物質的質量相同。已知物質 A 的半衰期為 7.5 小時，
請問物質 B 的半衰期為幾小時？
(1) 8 小時 (2) 10 小時 (3) 12 小時 (4) 15 小時 (5) 20 小時
- 座標空間中一質點自點 $P(1,1,1)$ 沿著方向 $\vec{a} = (1,2,2)$ 等速直線前進，
經過 5 秒後剛好到達平面 $x - y + 3z = 28$ 上，
立即轉向沿著方向 $\vec{b} = (-2,2,-1)$ 依同樣的速率等速直線前進。
請問再經過幾秒此質點會剛好到達平面 $x = 2$ 上？
(1) 1 秒 (2) 2 (3) 3 秒 (4) 4 秒 (5) 永遠不會到
- 設 $\{a_n\}$ 為一等比數列。已知前十項的和為 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 80$ ，
前五個奇數項的和為 $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = 120$ ，請選出首項 a_1 的正確範圍。
(1) $a_1 < 80$ (2) $80 \leq a_1 < 90$ (3) $90 \leq a_1 < 100$
(4) $100 \leq a_1 < 110$ (5) $110 \leq a_1$

二、多選題（佔 35 分）

- 下列各方程式中，請選出有實數解的選項。
(1) $|x| + |x-5| = 1$ (2) $|x| + |x-5| = 6$ (3) $|x| - |x-5| = 1$
(4) $|x| - |x-5| = 6$ (5) $|x| - |x-5| = -1$
- 下面是甲、乙兩個商場的奇異果以及蘋果不同包裝的價格表，
例如：甲商場奇異果價格「35 元/一袋 2 顆」表示每一袋有 2 顆奇異果，價格 35 元。
甲商場售價

奇異果價格	20 元/一袋 1 顆	35 元/一袋 2 顆	80 元/一袋 5 顆	100 元/一袋 6 顆
蘋果價格	45 元/一袋 1 顆	130 元/一袋 3 顆	260 元/一袋 6 顆	340 元/一袋 8 顆

乙商場售價

奇異果價格	18 元/一袋 1 顆	50 元/一袋 3 顆	65 元/一袋 4 顆	95 元/一袋 6 顆
蘋果價格	50 元/一袋 1 顆	190 元/一袋 4 顆	280 元/一袋 6 顆	420 元/一袋 10 顆

依據上述數據，請選出正確的選項。

- 在甲商場買一袋 3 顆裝的蘋果所需金額低於買三袋 1 顆裝的蘋果

- (2) 乙商場的奇異果售價，一袋裝越多顆者，其每顆單價越低
 (3) 若只想買奇異果，則在甲商場花 500 元最多可以買到 30 顆奇異果
 (4) 如果要買 12 顆奇異果和 4 顆蘋果，在甲商場所需最少金額低於在乙商場所需最少金額
 (5) 無論要買多少顆蘋果，在甲商場所需最少金額都低於在乙商場所需最少金額

9. 下列各直線中，請選出和 z 軸互為歪斜線的選項。

(1) $L_1 : \begin{cases} x=0 \\ z=0 \end{cases}$ (2) $L_2 : \begin{cases} y=0 \\ x+z=1 \end{cases}$ (3) $L_3 : \begin{cases} z=0 \\ x+y=1 \end{cases}$
 (4) $L_4 : \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ (5) $L_5 : \begin{cases} y=1 \\ z=1 \end{cases}$

10. 設 a 、 b 、 c 皆為正整數，考慮多項式 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 2$ 。
 請選出正確的選項。

- (1) $f(x) = 0$ 無正根 (2) $f(x) = 0$ 一定有實根
 (3) $f(x) = 0$ 一定有虛根 (4) $f(1) + f(-1)$ 的值是偶數
 (5) 若 $a + c > b + 3$ ，則 $f(x) = 0$ 有一根介於 -1 與 0 之間

11. 一個 41 人的班級某次數學考試，每個人的成績都未超過 59 分。

老師決定以下列方式調整成績：原始成績為 x 分的學生，

新成績調整為 $40 \log_{10} \left(\frac{x+1}{10} \right) + 60$ 分（四捨五入到整數）。請選出正確的選項。

- (1) 若某人原始成績是 9 分，則新成績為 60 分
 (2) 若某人原始成績超過 20 分，則其新成績超過 70 分
 (3) 調整後全班成績的全距比原始成績的全距大
 (4) 已知小文的原始成績恰等於全班原始成績的中位數，
 則小文的新成績仍然等於調整後全班成績的中位數
 (5) 已知小美的原始成績恰等於全班原始成績的平均，
 則小美的新成績仍然等於調整後全班成績的平均（四捨五入到整數）

12. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 20^\circ$ 、 $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BC} = 4$ 。請選出正確的選項。

- (1) 可以確定 $\angle B$ 的餘弦值 (2) 可以確定 $\angle C$ 的正弦值
 (3) 可以確定 $\triangle ABC$ 的面積 (4) 可以確定 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑
 (5) 可以確定 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑

13. 甲、乙、丙、丁四位男生各騎一台機車約 A 、 B 、 C 、 D 四位女生一起出遊，
 他們約定讓四位女生依照 A 、 B 、 C 、 D 的順序抽鑰匙來決定搭乘哪位男生的機車。

其中除了 B 認得甲的機車鑰匙，並且絕對不會選取之外，
 每個女生選取這些鑰匙的機會都均等。請選出正確的選項。

- (1) A 抽到甲的鑰匙的機率大於 C 抽到甲的鑰匙的機率
 (2) C 抽到甲的鑰匙的機率大於 D 抽到甲的鑰匙的機率
 (3) A 抽到乙的鑰匙的機率大於 B 抽到乙的鑰匙的機率
 (4) B 抽到丙的鑰匙的機率大於 C 抽到丙的鑰匙的機率
 (5) C 抽到甲的鑰匙的機率大於 C 抽到乙的鑰匙的機率

第貳部分：選填題（佔 35 分）

A. 考慮每個元（或稱元素）只能是 0 或 1 的 2×3 階矩陣，
 且它的第一列與第二列不相同且各列的元素不能全為零，
 這樣的矩陣共有 _____ 個。

B. 座標平面上 O 為原點，設 $\vec{u} = (1, 2)$ 、 $\vec{v} = (3, 4)$ 。

令 Ω 為滿足 $\overline{OP} = x\overline{u} + y\overline{v}$ 的所有點 P 所形成的區域，其中 $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ 、 $-3 \leq y \leq \frac{1}{2}$ ，

則 Ω 的面積為_____平方單位。（化成最簡分數）

C. 從橢圓 Γ 的兩焦點分別作垂直於長軸的直線，交橢圓於四點。

已知連此四點得一個邊長為 2 的正方形，則 Γ 的長軸長為_____。

D. 線性方程組 $\begin{cases} x+2y+3z=0 \\ 2x+y+3z=6 \\ x-y=6 \\ x-2y-z=8 \end{cases}$ 經高斯消去法計算後，其增廣矩陣可化簡為

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & a & b \\ 0 & 1 & c & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right], \text{ 則 } a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}, c = \underline{\hspace{2cm}}, d = \underline{\hspace{2cm}}.$$

E. 設 a 為一實數，已知在第一象限滿足聯立不等式 $\begin{cases} x-3y \leq a \\ x+2y \leq 14 \end{cases}$ 的所有點所形成之區域面積為 $\frac{213}{5}$ 平方單位，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

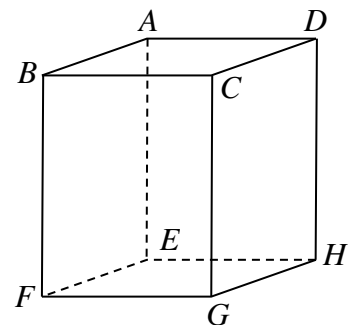
F. 投擲一公正骰子三次，所得的點數依序為 a 、 b 、 c 。

在 b 為奇數的條件下，行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix} > 0$ 的機率為_____。（化為最簡分數）

G. 如右圖所示， $ABCD-EFGH$ 為一長方體。

若平面 BDG 上一點 P 滿足 $\overline{AP} = \frac{1}{3}\overline{AB} + 2\overline{AD} + a\overline{AE}$ ，

則實數 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（化為最簡分數）



105 年大學入學學力測驗數學考科

選擇題：1.(3) 2.(5) 3.(2) 4.(1) 5.(2) 6.(4) 7.(2)(3)(5) 8.(1)(2)(4) 9.(3)(5)
10.(1)(4)(5) 11.(1)(2)(4) 12.(2)(5) 13.(4)(5)

選填題：A.42 B. $\frac{7}{2}$ C. $1+\sqrt{5}$ D.(1,4,1,-2) E.6 F. $\frac{19}{36}$ G. $\frac{4}{3}$